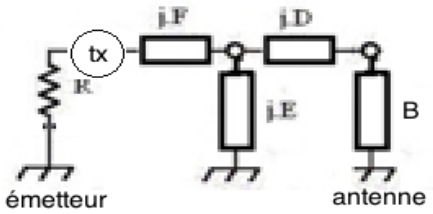
Dimensionnement d'un coupleur en Γ

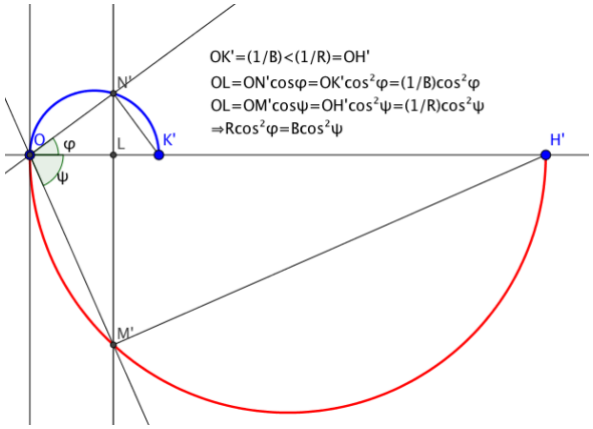
On repart du circuit en T, en faisant tendre l'une des 2 impédances (D, F) vers 0 :
-si B>R, on fait tendre D vers 0
-si B<R, on fait tendre F vers 0
-le cas B=R est sans intérêt (couplage inutile ; le même raisonnement conduirait, dans ce cas, à E infini et à D=F=0 pour un couplage en Γ)



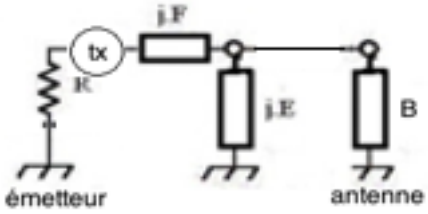
<u>Nota</u> : suivant l'usage, à D et F correspondent des condensateurs (donc D<0 et F<0) et à E correspond donc une self (donc E<0).

Cas B>R

On rappelle que dans le cas du circuit en T, la figure représentative des admittances est la suivante ($\overrightarrow{OM'}$ l'image de $Y_1=1/Z_1$, $\overrightarrow{ON'}$ celle de $Y_2=1/Z_2$, et $\overrightarrow{N'M'}$ celle de $Y_3 = Y_1 - Y_2 = \frac{1}{jE}$



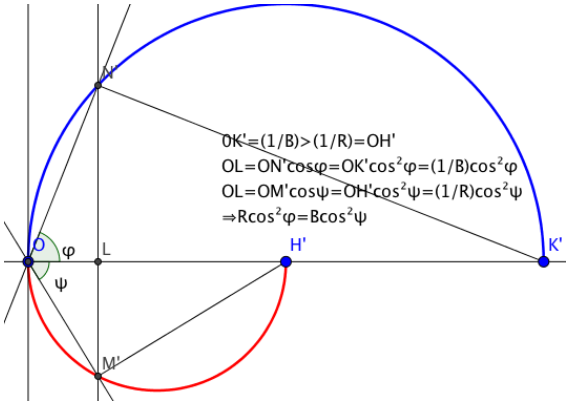
Dans le cas du circuit en Γ avec B>R, par exemple si B=200 et R=50, on fait tendre D vers zéro, c'est-à-dire les points L et N'vers le point K'.



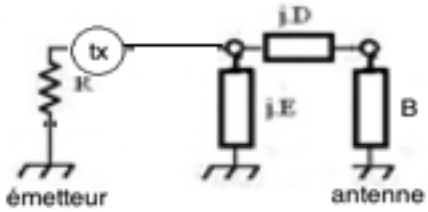
On suppose donc B = 200 Ω et R = 50 Ω
Donc $\overline{OH'} = {}^{1}/_{R} = {}^{1}/_{50} = 0{,}02\ siemens$
Et $\overline{OK'} = {}^{1}/_{B} = {}^{1}/_{200} = 0{,}005 siemens$
La figure représentative des admittances devient alors la suivante :

Cas B<R

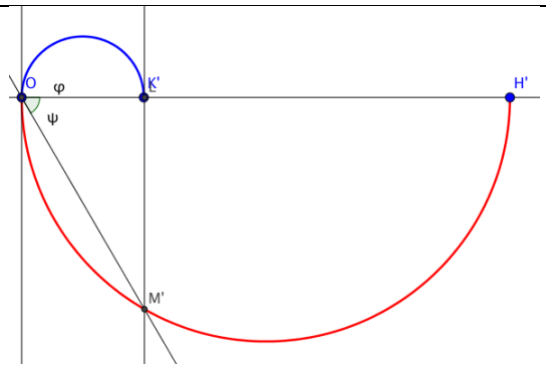
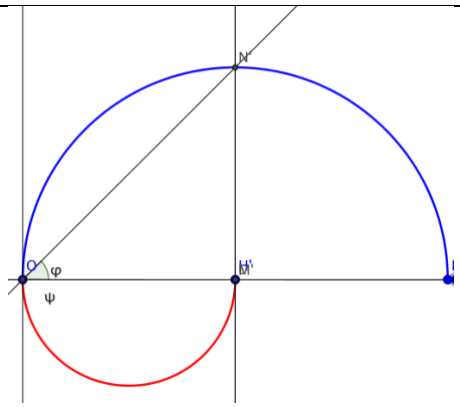
On rappelle que dans le cas du circuit en T, la figure représentative des admittances est la suivante ($\overrightarrow{OM'}$ l'image de $Y_1=1/Z_1$, $\overrightarrow{ON'}$ celle de $Y_2=1/Z_2$, $\overrightarrow{N'M'}$ celle de $Y_3 = Y_1 - Y_2 = \frac{1}{jE}$



Dans le cas du circuit en Γ avec B<R, par exemple si B=25 et R=50, on fait tendre D vers zéro, c'est-à-dire les points L et M'vers le point H'.



On suppose donc B = 25 Ω et R = 50 Ω
Donc $\overline{OH'} = {}^{1}/_{R} = {}^{1}/_{50} = 0{,}02\ siemens$
Et $\overline{OK'} = {}^{1}/_{B} = {}^{1}/_{25} = 0{,}04\ siemens$
La figure représentative des admittances devient alors la suivante :

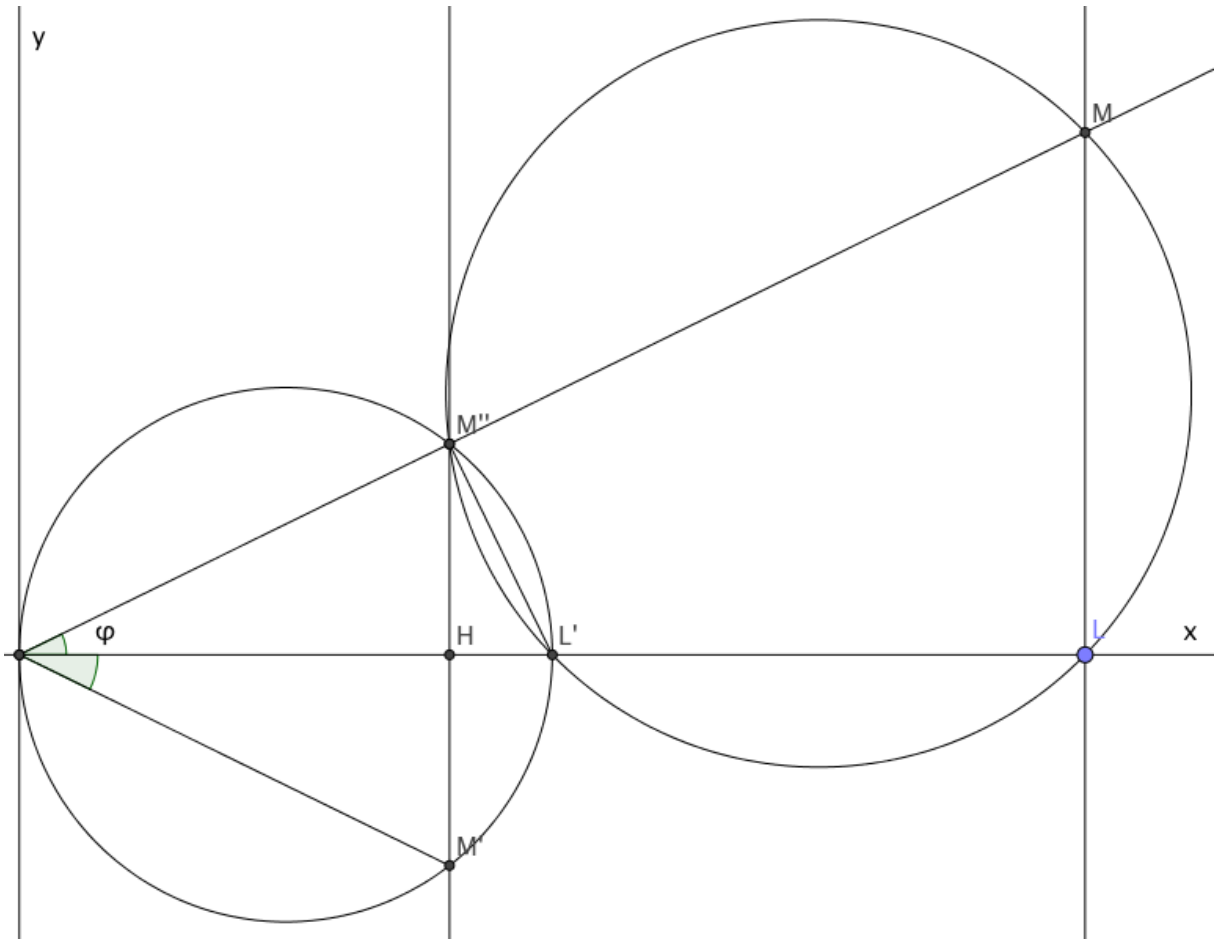
 M'est l'image de $Y_1 = {}^{1}/_{Z_1} = {}^{1}/_{(R - j.F)}$ N'est l'image de $Y_2 = {}^{1}/_{Z_2} = {}^{1}/_{B}$ =0,005 Les points N'et L viennent en K', => $\varphi = 0 \Rightarrow cos\varphi = 1$ => $cos\psi = \sqrt{{}^{50}/_{200}}.cos\varphi = {}^{1}/_{2}$ => ici, $\psi = -Arccos({}^{1}/_{2}) = -60°$ $D = 0$ $E = -B.cotg\psi = 200.{}^{\sqrt{3}}/_{3} = 115{,}5\Omega$ $F = R.tg\psi = 50.(-\sqrt{3}) = -86{,}6\Omega$	 M'est l'image de $Y_1 = {}^{1}/_{Z_1} = {}^{1}/_{R} = 0{,}02$ N'est l'image de $Y_2 = {}^{1}/_{Z_2} = {}^{1}/_{(B + j.D)}$ Les points M'et L viennent en H', => $\psi = 0 \Rightarrow cos\psi = 1$ => $cos\varphi = \sqrt{{}^{25}/_{50}}.cos\psi = {}^{\sqrt{2}}/_{2}$ => ici, $\varphi = Arccos\left({}^{\sqrt{2}}/_{2}\right) = {}^{\pi}/_{4} = 45°$ $D = -B.tg\varphi = -25\Omega$ $E = R.cotg\varphi = 50\Omega$ $F = 0$

<u>Attention</u> : l'angle ψ est négatif, donc son sinus, sa tangente et sa cotangente le sont également.

<u>Vérification du cas B>R (R=50 et B=200)</u> On calcule $\frac{1}{R-jF}$ et $\frac{1}{jE} + \frac{1}{B}$ et vérifie leur égalité $\frac{1}{R - jF} = \frac{1}{50 + j.50.\sqrt{3}} = \frac{0{,}02}{1 + j\sqrt{3}} = \frac{1 - j\sqrt{3}}{200}$ $\frac{1}{jE} + \frac{1}{B} = -j\frac{\sqrt{3}}{200} + \frac{1}{200} = \frac{1-j\sqrt{3}}{200}$ C.Q.F.D.	Cas B<R (R=50 et B=25) On calcule $\frac{1}{R}$ et $\frac{1}{jE} + \frac{1}{B+jD}$ et vérifie leur égalité $\frac{1}{jE} + \frac{1}{B + jD} = \frac{1}{j50} + \frac{1}{25 - j25} =$ $= \frac{\left(-j + \frac{2}{1-j}\right)}{50} = \frac{-j + \frac{2 + j2}{2}}{50} = \frac{-j2 + 1 + j}{100} = \frac{1}{50}$ C.Q.F.D.

Cet article est suivi d'une annexe (Impédance, admittance et représentation dans le plan complexe).

ANNEXE : Impédance, admittance et représentation dans le plan complexe



Dans le plan complexe, soit un point M image d'une impédance Z avec (figure ci-dessus)) :

$$Z = \overline{OL} + j.\overline{LM} = OM.e^{j\varphi}$$

A partir de ce point M, tous les autres éléments de la figure sont alors définis. En effet :
Au point M on associe M'image de l'inverse Y de Z, à savoir l'admittance Y telle que :

$$Y = {}^{1}/_{Z} = \overline{OH} + j.\overline{HM'} = OM'.e^{-j\varphi}$$

Ceci signifie que, du point de vue des transformations géométriques, M est transformé en M'par le produit de 2 transformations simples : l'inversion de pôle O et de puissance 1 (qui, elle, transforme le point M en le point M''), la symétrie par rapport à Oy (qui, elle, transforme M'' en M'). Ce produit est commutatif

On a alors les relations suivantes entre les éléments de la figure :

$$1 = OM.OM' = OM.OM'' = \overline{OL}.\overline{OL'} = \overline{OL'}.\Re(Z)$$

$$\overline{OH} = OM'.cos\varphi = \overline{OL'}.cos^2\varphi = \Re(Y)$$

$$\overline{HM'} = -\overline{HM''} = \overline{OH}.tg(-\varphi) = \overline{OL'}.cos^2\varphi.tg(-\varphi) = -\overline{OL'}.sin\varphi.cos\varphi = \Im(Y)$$

$$\overline{LM} = OM.sin\varphi = \overline{OL}.tg(\varphi) = \Im(Z)$$