Calculs d'azimuts et de distances entre stations radioamateurs

1- Rappels de trigonométrie dans l'espace :

Les calculs qui suivront dans cet article s'appuient sur les relations de base de la trigonométrie sphérique, magistralement démontrées par le Professeur Georges Paturel dans le document suivant : http://clea-astro.eu/archives/cahiers-clairaut/CLEA_CahiersClairaut_117_02.pdf

On rappelle qu'elles consistent en les 3 groupes (G1, G2, G3) de 3 relations se déduisant les unes des autres par permutation circulaire, relations entre ce qu'on appelle « côtés » et « sommets » d'un triangle sphérique[1] :

Groupe G1

$\sin(a).\sin(B) = \sin(b).\sin(A)$
$\sin(b).\sin(C) = \sin(c).\sin(B)$
$\sin(c).\sin(A) = \sin(a).\sin(C)$

Groupe G2

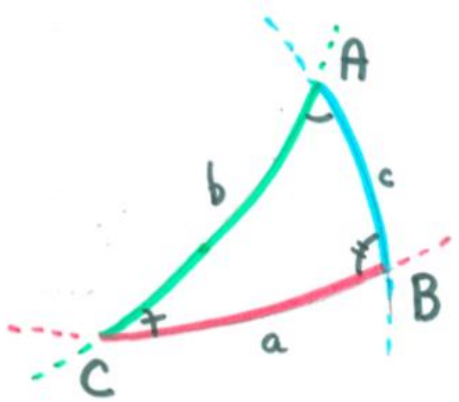
$\sin(a).\cos(B) = \cos(\mathrm{b}).\sin(\mathrm{c}) - \sin(\mathrm{b}).\cos(\mathrm{c}).\cos(A)$
$\sin(b).\cos(C) = \cos(\mathrm{c}).\sin(\mathrm{a}) - \sin(\mathrm{c}).\cos(\mathrm{a}).\cos(B)$
$\sin(c).\cos(A) = \cos(\mathrm{a}).\sin(\mathrm{b}) - \sin(\mathrm{a}).\cos(\mathrm{b}).\cos(C)$

Groupe G3

$\cos(a) = \cos(\mathrm{b}).\cos(\mathrm{c}) + \sin(\mathrm{b}).\sin(\mathrm{c}).\cos(A)$
$\cos(b) = \cos(\mathrm{c}).\cos(\mathrm{a}) + \sin(\mathrm{c}).\sin(\mathrm{a}).\cos(B)$
$\cos(c) = \cos(\mathrm{a}).\cos(\mathrm{b}) + \sin(\mathrm{a}).\sin(\mathrm{b}).\cos(C)$

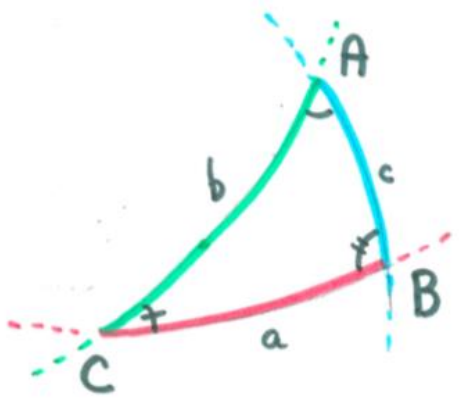
Un point de la sphère est repéré par sa latitude qui va de -90° (-π/2 radian) au pôle Sud à +90° (+π/2 radian) au pôle Nord, et sa longitude qui est comptée à partir du demi-méridien origine (celui passant par Greenwich) de -180° (ou -π radians) vers l'Ouest à +180° vers l'Est (ou +π radians). Ainsi dit-on, sur la sphère terrestre, que Londres à pour longitude -6.2662° et Paris +2.3488°. L'angle complémentaire de la latitude d'un point est appelé sa colatitude.

1



Le triangle sphérique dont il est question ici est la figure formée par 3 points (A, B, C) de la sphère de rayon 1, dite « sphère trigonométrique » ; par « $\sin(A)$ » on entend le sinus de l'angle des 2 droites tangentes aux deux grands cercles portant les arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{AC}$ (à noter que ce sinus est strictement supérieur à 0 et strictement inférieur à 1 puisque cet angle est lui-même strictement supérieur à 0 et strictement inférieur à 180° (ou à π radians). En revanche, $1 > \cos(A) > -1$ pour la même raison ; par « $\sin(a)$ », on entend le sinus de l'angle au centre qui sous-tend l'arc $\widehat{BC}$; idem pour les 2 autres « sommets » et les 2 autres côtés du triangle ABC.

2- <u>Calcul de la distance entre 2 stations</u> :

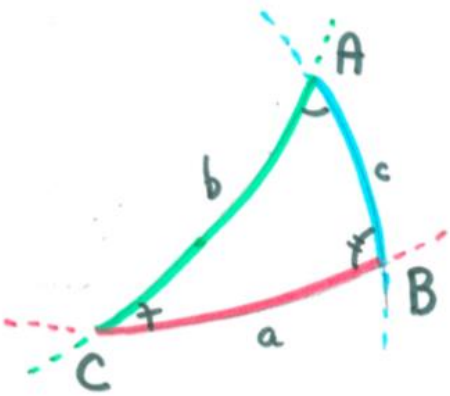


En plaçant, sur la figure, le point A au pôle Nord et les 2 stations en B et C, on voit que :
A est égal à la différence de longitude entre les 2 stations
b = colatitude de la station placée en C
c = colatitude de la station située en B
a = angle au centre de l'arc $\widehat{BC}$
En utilisant la 1ère relation du groupe G3 et en l'inversant (au sens de l'inversion d'une fonction), on obtient :

$\cos(a) = \cos(\mathrm{b}) . \cos(\mathrm{c}) + \sin(\mathrm{b}) . \sin(\mathrm{c}). \cos(A)$
$a = arccos[\cos(b). \cos(c) + sin(b). sin(c). cos(A)]$
D'où l'on déduit la distance entre stations en km par l'une ou l'autre des 2 formules suivantes :
-si l'angle a est en degrés, Distance = a x (20000 / 180)
-si l'angle a est en radians, Distance = a x (20000 / π)

En prenant l'exemple des 2 stations DL1DXL (nr Dresde) et GM3MAS (nr Glasgow) :
DL1DXL (lat= +51,158° ; long= +13,681°) => b=38,842°
GM3MAS (lat= +55,941° ; long= -4,323°) => c=34,059°
A=(+13,681°)-(-4,323°)=18,004° =>
$\cos(a) = \cos(38{,}842°) . \cos(34{,}059°) + \sin(34{,}059°) . \sin(38{,}842°) . \cos(18{,}004°)$ =0,97931881 =>
a = 0,20372957 rad (= 11,6728443°) => **distance en km = 11,6728443x2000/180 = 1297 km**

3- <u>Calcul de l'azimut d'une station par rapport à une autre</u> :



En plaçant, sur la figure, le point A au pôle Nord et les 2 stations en B et C, on voit que :
A est égal à la différence de longitude entre les 2 stations
b = colatitude de la station placée en C
c = colatitude de la station située en B
a = angle au centre de l'arc $\widehat{BC}$
En ce qui concerne les azimuts, il faut se rappeler que l'usage veut qu'on les compte de 0 à 360° (de 0 à 2π radians) en partant de la direction du Nord et en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre.
Donc :

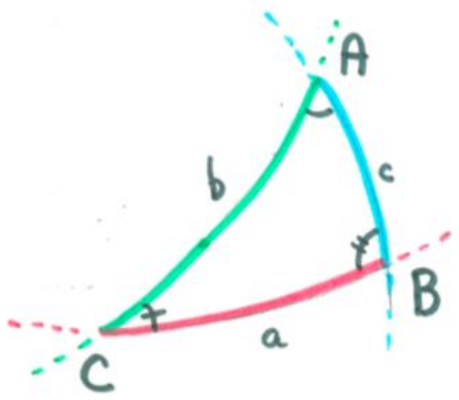
a/ Si station en C à l'Ouest de celle en B, alors B = azimut de la station en C par rapport à la station en B
b/ Si station en C à l'Est de celle en B, alors (360°- B) = azimut de la station en C par rapport à B
La 1ère relation de G2 permet le calcul de cos(B), puis B, puis l'azimut de C par rapport à B.
La 2ème relation de G2 permet le calcul de cos(C), puis C, puis l'azimut de B par rapport à C.

En reprenant l'exemple des 2 stations DL1DXL (nr Dresde) et GM3MAS (nr Glasgow) :
DL1DXL (lat= +51,158° ; long= +13,681°) => b=38,842°
GM3MAS (lat= +55,941° ; long= -4,323°) => c=34,059°
A=(+13,681°)-(-4,323°)=18,004°

Et d'après les calculs précédents, a = 11,673°

$\sin(a).\cos(B) = \cos(\mathrm{b}).\sin(\mathrm{c}) - \sin(\mathrm{b}).\cos(\mathrm{c}).\cos(A)$ =>
$\sin(11{,}673°).\cos(B) = \cos(38{,}842°).\sin(34{,}059°) - \sin(38{,}842°).\cos(34{,}059°).\cos(18{,}004°)$ =>
cos(B) = -0,059164026 => B=1,629994923 rad = 93,392°
C étant à l'Ouest de B, **l'azimut de GM3MAS par rapport à DL1DXL vaut donc : 360°- B = 266,608°**
Arrondi à 267°
$\sin(b).\cos(C) = \cos(\mathrm{c}).\sin(\mathrm{a}) - \sin(\mathrm{c}).\cos(\mathrm{a}).\cos(B)$
$\sin(38{,}842°).\cos(C) = \cos(34{,}059°).\sin(11{,}673°) - \sin(34{,}059°).\cos(11{,}673°).0{,}59164026$ =>
cos(C) = -0,250128 => C= 1,82360879 rad = 104,485°
B étant à l'Ouest de C**, l'azimut de DL1DXL par rapport à GM3MAS vaut donc C = 104,485°**
Arrondi à 104°

4- <u>Calcul des coordonnées d'une station connaissant celles d'une autre et sa distance et son azimut par rapport à une station donnée :</u>



On recherche les coordonnées de la station VK2CBD sachant qu'elle est située à 17303 km et à l'azimut 76° de la station F3WB, elle-même près de Brest à la latitude de 48° et à la longitude de -4°.
En plaçant, sur la figure de la note du bas de la première page, le point A au pôle Nord, la station VK2ZZZ en B, la station F3WB en C, on voit que :
F3WB : (lat= +48° ; long= -4°) => b=90°- 48° = 42° = 0,73303829
VK2ZZZ : (lat= (90° - c) = (inconnue ; long= (A + long de F3WB) =inconnue

Puisque l'azimut de C est inférieur à 180°, alors B est à l'Est de C => (azimut de C) = 76° = 1,32645033 rad
a = (17303/20000)x180°= 155,727°= (17303/20000)x π = 2,71794888 radians
Les données sont donc a, b, C.

La 3ème équation de G3 s'écrit :
$\cos(c) = \cos(\mathrm{a}).\cos(\mathrm{b}) + \sin(\mathrm{a}).\sin(\mathrm{b}).\cos(C)$
$\cos(c) = \cos(155{,}727°).\cos(42°) + \sin(155{,}727°).\sin(42°).\cos(76°) = -0{,}6109033$
c = arccos(-0,6109033) = 2,22799743 rad = 127,654849°
Donc la latitude de la station en B est de (90° - 127,654849°) = -37,654849° arrondi à -38°

La 3ème équation de G2 s'écrit :
$\sin(c).\cos(A) = \cos(\mathrm{a}).\sin(\mathrm{b}) - \sin(\mathrm{a}).\cos(\mathrm{b}).\cos(C)$
$\sin(127{,}654849°).\cos(A) = \cos(155{,}727°).\sin(42°) - \sin(155{,}727°).\cos(42°).\cos(76°)$
cos(A) = -0,86381091 => A = 2,61358174 rad = 149,747203°
La longitude du point B est donc : A + long de F3WB = 149,747203° + (-4°) = 145,747203° arrondi à 146°
Donc VK2ZZZ a pour coordonnées : latitude = -38° ; longitude = 146°
En regardant sur un planisphère, on constate que c'est un point près de Melbourne en Australie.
(Melbourne : latitude = -38° ; longitude = 145°).