Propagation des ondes métriques, expérimentations (T.I.P.E. 2014-2015 de Yohan)

Optimisation de l'installation d'un émetteur FM, à installer à la tour de Villeneuve d'Ascq

Plan du TIPE

Introduction : description du problème à étudier

1 – phénomènes physiques concernés et concepts mathématiques applicables :

1 - a – phénomènes physiques concernés
a – 1 - la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu non conducteur en général :
a – 2 – en particulier, la propagation des ondes électromagnétiques en espace libre :
a – 3 – en particulier, la propagation guidée des ondes électromagnétiques (par exemple par coaxial)

1 - b - concepts mathématiques applicables
b - 1 - champs scalaires et vectoriels:
b - 2 - opérateurs linéaires et non linéaires sur les champs :
b - 3 – équations aux dérivées partielles du type « équation de d'Alembert » :
b - 4 – développement d'une fonction périodique en série de Fourrier :

2 – propagation des ondes dans le coaxial, de l'émetteur vers l'antenne d'émission

2 – a – généralités sur la propagation des ondes électromagnétiques dans le coaxial
2 – b – propagation des ondes électromagnétiques dans le coaxial quand son impédance caractéristique et l'impédance de l'antenne sont égales (on dit qu'il y a adaptation)
2 – c – propagation des ondes électromagnétiques dans le coaxial quand son impédance caractéristique et l'impédance de l'antenne ne sont pas égales (on dit qu'il y a désadaptation)
2 - d – récapitulation « de l'émetteur à l'antenne » :

2bis – expérimentation en laboratoire (mesure des pertes dans un coaxial en ondes métriques)

3 – propagation des ondes dans l'atmosphère, de l'antenne d'émission vers les récepteurs

3 - a - quelques rappels de géométrie et de trigonométrie sur la sphère
3 - b – détermination de la puissance maximale à l'antenne pour respecter la limite de 3 mV/m du champ électrique en limite de la zone géographique couverte au sol par l'émission
3 - c – sécurité aérienne, vérification du respect de la limite imposée au champ électrique à une altitude de 1000m au-dessus de la zone de couverture
3 - d – récapitulation « de l'antenne d'émission vers les récepteurs »

Conclusion générale : bilan global, recommandations du consultant à Radio Culture Nord

Introduction :
Une association culturelle régionale, *Culture Nord* , souhaite créer une station radio sur la bande FM, émettant depuis la tour hertzienne de Villeneuve d'Ascq[1].
Cette association obtient les autorisations nécessaires pour créer, sur 100 MHz, la station *RCN (Radio Culture Nord)* sous les conditions suivantes :
- l'émetteur lui-même devra être placé en bas de la tour, faute de place aux étages supérieurs.
- l'antenne devra être en haut de la tour et la plus simple possible, pour des raisons de tenue au vent et de non-gêne aux autres antennes situées sur la tour de Villeneuve d'Ascq.
- la liaison entre émetteur et antenne devra être faite par câble coaxial pour éviter les interférences avec les autres stations utilisatrices de la tour de Villeneuve d'Ascq.
- le champ électrique rayonné en limite de zone de couverture ne devra pas excéder 3mV/m
- les déperditions thermiques du coaxial dans la tour ne devront pas excéder 3 kW pour ne pas gêner les autres guides d'onde qui y cheminent déjà.
- si un aéronef (avion ou hélicoptère) survole la zone à 1km d'altitude, il ne devra pas être exposé à un champ supérieur à 200mV/m, afin de ne pas perturber ses instruments de vol.
Culture Nord consulte alors des fournisseurs qui lui proposent les matériels suivants :
- un émetteur capable de délivrer entre 2,5 et 3,5 kW efficaces (puissance ajustable) sur 100 MHz
- un guide d'onde (câble coaxial pour VHF)[2]
- une antenne dipôle demi-onde verticale ($Z_\circ$ = 73⁄) sans perte, mais sensible aux intempéries[3]

Culture Nord demande alors à un spécialiste de la propagation des ondes hertziennes de vérifier que les conditions qui lui sont imposées sont bien remplies par ces matériels, avec une attention particulières sur ce qui se passe dans le coaxial, partie critique de l'installation.

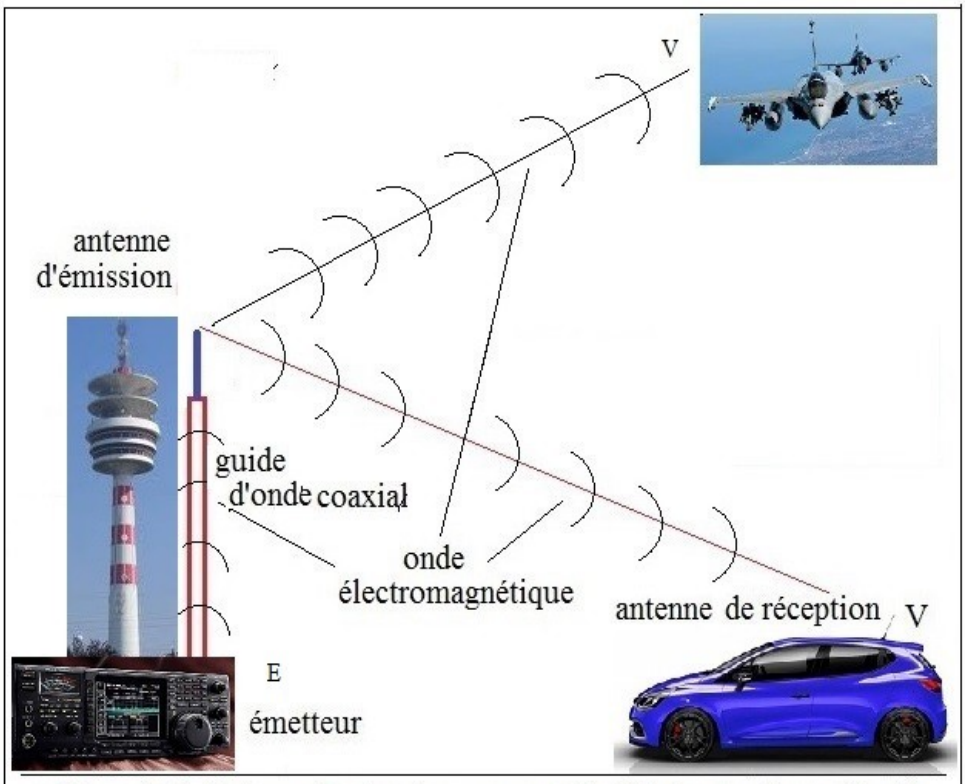


schéma de la liaison : le signal se propage de E à A sous forme d'onde guidée, puis sous forme d'onde en espace libre de A à V

1 - caractéristiques de la tour : altitude de la base 47 m ; altitude du sommet 187 m ; altitude moyenne de la région avoisinante 22 m ; coordonnées géographiques 50,643°Nord , 3,124°Est
2 - impédance caractéristique Zc = 73⁄ ; capable de transporter 4 kW ; affaiblissement linéique de la puissance 0,05 dB/m ; vitesse des ondes électromagnétiques dans le diélectrique = 2/3 de celle dans le vide
3 - en cas de neige, verglas, brouillard givrant, etc . , son impédance pourra être multipliée par 3 et atteindre 219⁄)

1 – <u>phénomènes physiques concernés et concepts mathématiques applicables</u> :

a – <u>phénomènes physiques concernés</u>
Ils sont au nombre de 3 :
- la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu non conducteur en général
- en particulier, la propagation des ondes électromagnétiques en espace libre
- en particulier, la propagation guidée des ondes électromagnétiques (par exemple par coaxial)

a – 1 - <u>la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu non conducteur en général</u> : dans l'exposé, il s'agit d'ondes électromagnétiques dites VHF (100 MHz) en milieu ne comportant ni charges, ni courants (dans le diélectrique du coaxial, dans l'air) ; on sait[4] qu'alors :
- les équations de Maxwell se simplifient et conduisent à des équations d'onde de type « équations de d'Alembert » (équations aux dérivées partielles reliant le laplacien d'un vecteur à sa dérivée par rapport au temps)
- la solution générale, pour le champ magnétique **B** comme pour le champ électrique **E**, est la combinaison de 2 OPP[5] se déplaçant, à la vitesse **v** de la lumière dans le diélectrique (« c » si c'est le vide), l'une dans le sens des abscisses croissantes (fonction de type « f(x-vt) ») , l'autre dans le sens opposé (fonction de type « g(x+vt) ») , les fonctions f et g étant déterminées par les conditions aux limites (voir plus loin)
- le trièdre (**E,B,v**) est direct
- cette onde électromagnétique transporte une densité de puissance surfacique égale à la valeur efficace du module du vecteur dit de Poynting **√** = (½).**E^B**/I $_0$, (**E** et *B* étant les valeurs crêtes).

a – 2 – <u>en particulier, la propagation des ondes électromagnétiques en espace libre :</u>
- les équations de Maxwell indiquent que c'est le courant dans l'antenne qui provoque un rayonnement de l'onde progressive (champs électrique et magnétique) alentour, suivant un diagramme dépendant de la géométrie de l'antenne
- les champs électrique et magnétique varient comme l'inverse de la distance à la source (antenne émettrice), donc la puissance surfacique comme l'inverse du carré de la distance : il n'y a pas dissipation de la puissance, mais « étalement sur une surface de plus en plus grande » jusqu'à tendre vers zéro à l'infini
- des 2 fonctions « f » et « g » ci-dessus, seule existe donc la fonction « f » (une seule onde progressive s'éloignant de la source) puisque l'espace s'éend jusqu'à l'infini.
- ici, nous avons affaire à des ondes dites métriques (Θ= 3 m) qui ont en outre 3 propriétés spécifiques : (1) d'être réfractées par l'atmosphère (indice variant avec pression et température), (2) de ne pas être diffusées ou diffractées par l'air ou les météores (pluie, brouillard), (3) de ne pas être réfléchies par l'ionosphère, donc de ne pas franchir l'horizon (contrairement aux ondes décamétriques que les radioamateurs utilisent pour des liaisons intercontinentales)[6].

a – 3 – <u>en particulier, la propagation guidée des ondes électromagnétiques (par exemple par coaxial)</u>
- les équations de Maxwell indiquent que c'est le générateur (émetteur) qui « envoie » une onde progressive (champs électrique et magnétique) vers la charge (antenne), onde qui chemine à travers le diélectrique, entre âme et gaîne. Mais au niveau de la charge, il y a réflexion partielle de cette onde vers l'émetteur si les impédances ne sont pas adaptées (cf. plus loin) : donc les fonctions « f » et « g » ci-dessus existent et le coaxial est le siège de 2 ondes progressives, l'une directe, l'autre réfléchie ; ces 2 ondes, en se superposant, donnent naissance à une onde dite semi-stationnaire (pour partie stationnaire et pour partie progressive (seule la partie progressive transporte de l'énergie).

---

4 Livre de M.N. Sanz et B. Salamito « Physique toute en un, MP », pages 469 à 487, Dunod
5 Onde Plane Progressive
6 Livre de L. Boithias « propagation des ondes radioélectriques dans l'environnement terrestre », p.40, CNET, Dunod

- les champs E (radial) et B (tangentiel) n'étant pas uniformes dans une section droite du coaxial, il est plus simple de considérer les potentiels dont ils dérivent, à savoir, respectivement, la tension entre âme et gaîne dans la section et l'intensité dans l'âme ou dans la gaîne (puisque l'une est l'opposée de l'autre) dans la section : on est alors en présence d'une onde de tension et d'une onde d'intensité, toutes deux semi-progressives[7]
- comme il y a circulation d'un courant dans l'âme et la gaîne, il y a dissipation de chaleur et donc « perte en ligne » contrairement au cas de l'espace libre.

b - <u>concepts mathématiques applicables</u>
Ils sont au nombre de 4 :
- champs scalaires et vectoriels
- opérateurs linéaires et non linéaires sur les champs
- équations aux dérivées partielles du type « équation de d'Alembert »
- le développement en série de Fourrier

Dans ce qui suit les vecteurs (au sens de la géométrie usuelle) seront notés soit en caractères gras, soit en caractères surmontés d'une flèche.

b - 1 - <u>champs scalaires et vectoriels</u>:
Dans un sous-ensemble de l'espace à 3 dimensions usuel, on dira qu'il existe un champ scalaire U si à tout point M de ce sous-ensemble, on peut associer un scalaire U(M) = U(x,y,z)
Dans un sous-ensemble de l'espace à 3 dimensions usuel, on dira qu'il existe un champ vectoriel **V** si à tout point M de ce sous-ensemble, on peut associer un vecteur **V**(M) = **V**(x,y,z)
Si ces champs varient en outre avec le temps, on aura affaire à des fonctions du type U(M,t)=U(x,y,z,t) ou **V**(M,t)=**V**(x,y,z,t)
Si le sous-ensemble est réduit à une seule dimension, on aura des fonctions U(x,t) ou **V**(x,t).

b - 2 - <u>opérateurs linéaires et non linéaires sur les champs</u> :
Les opérateurs linéaires sur les champs font intervenir les dérivées partielles premières d'espace (x,y,z) et sont au nombre de 3 :
- le <u>gradient,</u> opérateur qui, à un champ vectoriel, associe un champ vectoriel, noté **grad**(U)
- la <u>divergence</u>, opérateur qui, à un champ scalaire, associe un champ scalaire, noté div(**V**)
- le <u>rotationnel</u>, opérateur qui, à un champ vectoriel, associe un champ vectoriel, noté **rot**(**V**)
Ils expriment tous les 3 la façon dont un champ varie dans l'espace :
- en variant plus ou moins suivant la direction (grad)
- en se concentrant ou en se dispersant en un point (div)
- en s'enroulant plus ou moins fort autour d'un axe (rot)
Nous ne rappellerons pas ici ni leurs expressions suivant les systèmes de coordonnées, ni leurs « relations intégrales » (flux à travers une surface, circulation le long d'un chemin, etc.), ni les notions de potentiels (scalaire ou vecteur dont ils peuvent dériver) ?

Les opérateurs non linéaires sur les champs font intervenir les dérivées secondes d'espace et sont au nombre de 2 :
- le laplacien scalaire, dont l'expression en coordonnées cartésiennes est la suivante :

$$\Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

- le laplacien vectoriel, dont l'expression e coordonnées cartésiennes est le suivante :

7 Livre de Paul Combes « transmission en espace libre et sur les lignes », p. 123 à 181, Dunod Université

$$\Delta\vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 a_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 a_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 a_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_z}{\partial z^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta a_x \\ \Delta a_y \\ \Delta a_z \end{pmatrix} \text{ dans la base } \left(\vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z}\right)$$

b - 3 – <u>équations aux dérivées partielles du type « équation de d'Alembert »</u> :

Une équation de d'Alembert est une équation qui relie le laplacien d'un champ scalaire ou vectoriel à sa dérivée seconde par rapport au temps, donc de la forme :

$$\Delta U = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \text{ pour un champ scalaire}$$

$$\Delta\vec{a} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial t^2} \text{ pour un champ vectoriel } \vec{a}$$

Une telle équation admet, dans le cas d'un champ scalaire à une dimension qui nous intéresse dans l'exposé, admet pour solution générale les fonctions de la forme :

$$U = f(x - v.t) + g(x + v.t)$$

expression dans laquelle f et g sont 2 fonctions dérivables 2 fois quelconques

L'interprétation physique d'une telle solution est que :
- f représente un phénomène se déplaçant dans le sens des x croissants à la vitesse constante v
- g représente un phénomène se déplaçant dans le sens des x décroissants à la vitesse constante v

On parle d'ondes progressives se déplaçant l'une dans un sens l'autre dans l'autre sens.
C'est un résultat fondamental dans l'étude des ondes électromagnétiques .

b - 4 – <u>développement d'une fonction périodique en série de Fourrier</u> :

Dans ce qui suit, nous traiterons systématiquement les phénomènes périodiques comme s'ils étaient harmoniques et monochromatiques (donc sinusoïdaux ou exponentiels complexes, et de fréquence unique). Ceci est justifié par le fait qu'on peut, dans presque tous les cas rencontrés développer un phénomène périodique en série de phénomènes harmoniques et monochromatiques, dite série de Fourrier. Rappelons la règle fondamentale correspondante :

$$f(x) \text{ intégrable pour } x \in [a,b]$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_1^{+\infty}\{a_n.\cos(n\omega x) + b_n.\sin(n\omega x)\}$$

$$\text{avec } a_n = \frac{\omega}{\pi}\int_a^b f(x).\cos(n\omega x).dx$$

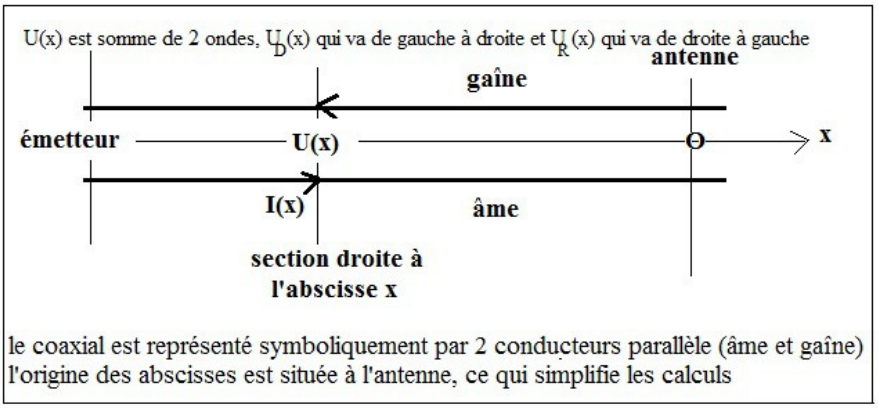
$$\text{et } b_n = \frac{\omega}{\pi}\int_a^b f(x).\sin(n\omega x).dx$$

$$\text{et } \omega = \frac{2\pi}{b-a}$$

2 – propagation des ondes dans le coaxial, de l'émetteur vers l'antenne d'émission

2 – a – généralités sur la propagation des ondes électromagnétiques dans le coaxial :
On a vu au § précédent que dans un coaxial :
- il était plus simple de considérer la tension[8] et l'intensité[9], plutôt que les champs eux-mêmes
- on a alors 2 OPP de tension, l'une dans le sens émetteur vers antenne, l'autre dans le sens inverse
- et aussi 2 OPP d'intensité, l'une dans le sens émetteur vers antenne, l'autre dans le sens inverse
- on appelle les OPP dans le sens émetteur vers antenne des ondes directes
- on appelle les OPP dans le sens antenne vers émetteur des ondes réfléchies (cf.pourquoi plus loin)
- les 2 OPP directes (tension et intensité) sont proportionnelles l'une à l'autre car U(x,t)=Zc.I(x,t)[10]
- les 2 OPP réfléchies (tension et intensité) sont proportionnelles l'une à l'autre car U(x,t)=Zc.I(x,t)

Comme on est en régime harmonique monochromatique, en adoptant la notation complexe habituelle, ces 4 ondes vont s'exprimer de la façon suivante :



$$U_D(x) = A.e^{\gamma.x} \text{ et } U_R(x) = B.e^{-\gamma.x} \Rightarrow U(x) = U_D(x) + U_R(x) = A.e^{\gamma.x} + B.e^{-\gamma.x}$$

$$I_D(x) = \frac{1}{Z_C}.A.e^{\gamma.x} \text{ et } \mathrm{I}_R(x) = -\frac{1}{Z_C}.B.e^{-\gamma.x} \Rightarrow I(x) = I_D(x) + \mathrm{I}_R(x) = \frac{1}{Z_C}\left(A.e^{\gamma.x} - B.e^{-\gamma.x}\right)$$

$U_D(x) =$ onde directe de tension

$U_R(x) =$ onde directe de tension

$U(x) =$ onde résultante de tension

$I_D(x) =$ onde directe d'intensité

$I_R(x) =$ onde réfléchie d'intensité

$I(x) =$ onde réultante d'intensité

Le signe moins devant l'onde réfléchie d'intensité vient du fait que l'intensité « réfléchie » est de sens contraire à l'intensité « directe », ce qui n'est pas le cas pour la tension.
Le coefficient B=∈+i.∩ est un nombre complexe dont la partie réelle (a) correspond à l'atténuation linéique » et la partie imaginaire (i.∩) correspond au « déphasage linéique » le long de la ligne.
Pour retrouver les valeurs réelles de la tension et de l'intensité, il suffit, selon les règles habituelles, de multiplier par un facteur $e^{i.T.t}$ et de prendre la partie réelle.
On reconnaît les fonctions f et g vues précédemment à propos des solutions de l'équation de d'Alembert. Enfin les nombres A et B sont à déterminer par les conditions aux limites, donc en bout de ligne, c'est-à-dire au niveau de l'antenne.
Que valent, dans notre exemple, les coefficients ∈, ∩ et B=∈+i.∩ ? Que vaut la pulsation T ?

8 d.d.p. entre âme et gaîne dans une section droite donnée
9 intensité dans l'âme dans une section droite, qui est égale et opposée à l'intensité dans la gaîne dans cette section
10 Zc = impédance caractéristique du coaxial (ici égale à 73⁄)

Le coefficient $\in$ correspond à l'atténuation linéique du champ (magnétique, électrique, tension ou intensité) ; il est donc, puisque x est négatif par hypothèse, tel que $|U(x)/U(0)| = \exp(\in x)$ donc qu'en terme de puissance $|P(1)/P(0)| = |U(1)/U(0)|^2 = \exp(2\in)$
<=> $\in = 0{,}5.\ln|P(1)/P(0)|$
Or, $10.\log|P(1)/P(0)|$ représente la perte de 1m câble exprimée en dB , c'est-à-dire 0,05 dB
=> $|P(1)/P(0)| = 10^{0{,}005}$ => $\in = 0{,}5.\ln|P(1)/P(0)| = 0{,}5 \,.\, 0{,}005 \,.\, \ln(10) = 5{,}76.10^{-3}$ Neper/m
Le coefficient $\cap$ correspond au déphasage linéique, donc $\cap.\Theta = 2.M$ => $\cap = M$
Donc, ici $B = \in + i.\cap = 5{,}76.10^{-3} + i.\,3{,}14$
Par ailleurs la pulsation vaut $T = 2.MF = 6{,}28.10^{8}$ rad.s^{-1}

2 – b – propagation des ondes électromagnétiques dans le coaxial quand son impédance caractéristique et l'impédance de l'antenne sont égales (on dit qu'il y a adaptation) :
C'est le cas général ici, quand l'antenne n'est pas perturbée par les intempéries.
L'impédance vaut alors $Z_{antenne} = Z_c = 73$ ohms.
Au niveau de l'antenne, on a alors :

$$U(x) = A.e^{\gamma x} + B.e^{-\gamma x} \Rightarrow U(0) = A + B$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_C}.\left(A.e^{\gamma x} - B.e^{-\gamma x}\right) \Rightarrow I(0) = \frac{1}{Z_C}.(A - B)$$

$$\text{or } U(0) = Z_A.I(0) \text{ donc } A + B = \frac{Z_A}{Z_C}.(A - B) = A - B$$

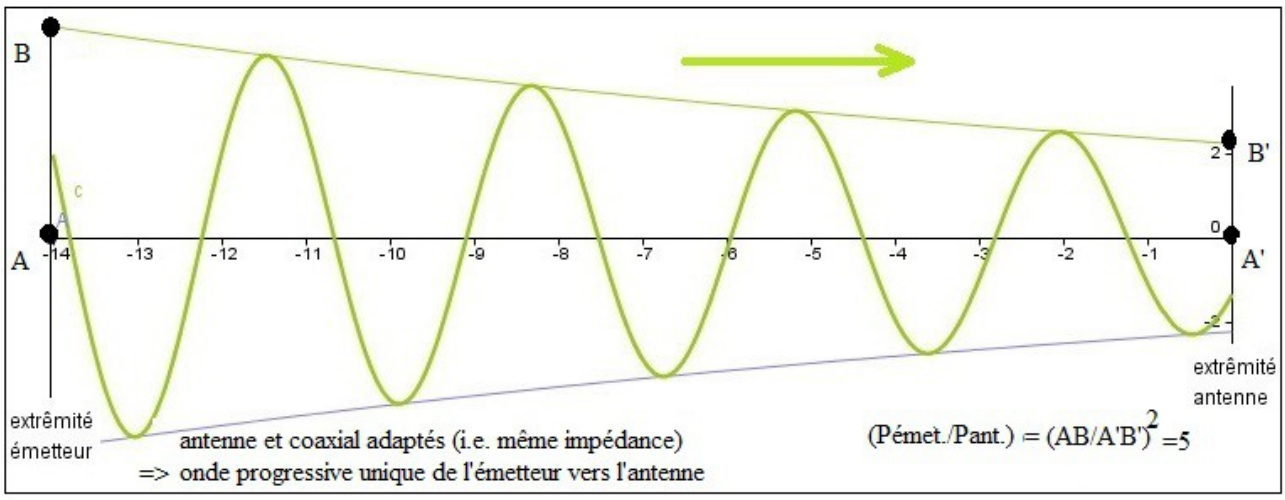
$$\Rightarrow B = 0 \text{ et } A = U(0) \text{ et } U(x) = U(0).e^{\gamma x} = Z_A.I(x)$$

ce qui signifie que l'onde réfléchie est nulle.
Donc, dans le cas où l'impédance de l'antenne est égale à l'impédance caractéristique du coaxial :
- il ne circule que l'onde directe dans le coaxial
- tension et intensité sont en phase dans chaque section droite du coaxial
- la tension réelle à l'instant t dans la section d'abscisse x vaut :

$$U(x,t) = \Re\left(U(x).e^{i.\omega.t}\right) = \Re\left(U(0).e^{\gamma x}.e^{i.\omega.t}\right) = U(0).\Re\left(e^{\gamma x}.e^{i.\omega.t}\right)$$
$$= U(0).\Re\left(e^{(\alpha + i.\beta)x}.e^{i.\omega.t}\right) = e^{\alpha.x}.U(0).\cos(\omega.t + \beta.x)$$

D'où, en particulier,
les résultats suivants en allant de l'émetteur vers l'antenne (d étant la distance depuis l'émetteur) :
- le module de la tension et celui de l'intensité décroissent exponentiellement, comme $\exp(-\in d)$
- la puissance « disponible » décroît exponentiellement, comme $\exp(-2\in d)$
- ici, $\exp(2.\,5{,}76.10^{-3}.140)=5$, donc la puissance est divisée par 5 entre émetteur et antenne

D'où le graphique suivant, obtenu avec le logiciel Geogebra :
-cf. aussi animation Geogebra n°1)



2 – c – <u>propagation des ondes électromagnétiques dans le coaxial quand son impédance caractéristique et l'impédance de l'antenne ne sont pas égales (on dit qu'il y a désadaptation)</u> :
C'est le cas quand l'antenne est perturbée par les intempéries. Par hypothèse, l'impédance de l'antenne vaut alors $Z_{antenne} = 3.Z_c = 219$ ohms.
Au niveau de l'antenne, on a alors :

$$U(x) = A.e^{\gamma x} + B.e^{-\gamma x} \Rightarrow U(0) = A + B$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_C}.\left(A.e^{\gamma x} - B.e^{-\gamma x}\right) \Rightarrow I(0) = \frac{1}{Z_C}.(A - B)$$

or $U(0) = Z_A.I(0)$ donc $A + B = \frac{Z_A}{Z_C}.(A - B) = 3.(A - B)$

$$\Rightarrow A + B = 3.(A - B) \Rightarrow A = \frac{2}{3}.U(0) = 2.B$$

d'où les valeurs en notation complexes habituelle de U et I dans la section droite d'abscisse x

$$U(x) = \frac{2}{3}U(0).e^{\gamma x} + \frac{1}{3}U(0).e^{-\gamma x}$$

$$\mathrm{I}(x) = \frac{1}{Z_C}.\left(\frac{2}{3}U(0).e^{\gamma x} - \frac{1}{3}U(0).e^{-\gamma x}\right)$$

on dit que le coefficient de réflexion à l'antenne est $\rho = \frac{U(0)/3}{2U(0)/3} = 0,5$

c'est le rapport des amplitudes des ondes (réfléchie/directe) au niveau de l'antenne

A partir de là, on peut passer aux fonctions réelles du temps et de l'abscisse :

$$U(x,t) = \Re\left(U(x).e^{i.\omega.t}\right) = U(0).\Re\left(e^{\gamma x}.e^{i.\omega.t} + e^{-\gamma x}.e^{i.\omega.t}\right)$$

$$U(x,t) = U(0).\left(\frac{2}{3}e^{\alpha x}.\cos(\omega.t + \beta.x) + \frac{1}{3}e^{-\alpha x}.\cos(\omega.t + \beta.x)\right)$$

$$I(x,t) = \frac{1}{Z_C}.U(0).\left(\frac{2}{3}e^{\alpha x}.\cos(\omega.t + \beta.x) - \frac{1}{3}e^{-\alpha x}.\cos(\omega.t + \beta.x)\right)$$

$$= \left[\frac{2}{3}U(0)\right]^2.\left(e^{\gamma x} + \rho.e^{-\gamma x}\right).\left(e^{\bar{\gamma} x} + \rho.e^{-\bar{\gamma} x}\right) = \left[\frac{2}{3}U(0)\right]^2.\left(e^{2\alpha x} + 2\rho.\cos(\beta.x) + \rho^2.e^{-2\alpha x}\right)$$

d'où le module de la tension au point d'abscisse x qui vaut

$$\sqrt{U(x).\overline{U(x)}} = \frac{2}{3}U(0).\sqrt{e^{2\alpha x} + 2\rho.\cos(\beta.x) + \rho^2.e^{-2\alpha x}}$$

Pour calculer la puissance moyenne à l'abscisse x, on utilise les formules classiques en notation complexe :

$$P(x)=\frac{1}{2}.U(x).\overline{I(x)}=\frac{1}{2}.\left(\frac{2}{3}U(0).e^{\gamma x}+\frac{1}{3}U(0).e^{-\gamma x}\right).\frac{1}{Z_C}.\left(\frac{2}{3}U(0).e^{\bar{\gamma} x}-\frac{1}{3}U(0).e^{-\bar{\gamma} x}\right)$$

$$P(x)=\frac{1}{2}.\left[\frac{2}{3}U(0)\right]^2.\left(e^{\gamma x}+\rho.e^{-\gamma x}\right).\left(e^{\bar{\gamma} x}-\rho.e^{-\bar{\gamma} x}\right)=\frac{1}{2}.\left[\frac{2}{3}U(0)\right]^2.\left(e^{2\alpha x}-\rho^2.e^{-2\alpha x}\right)$$

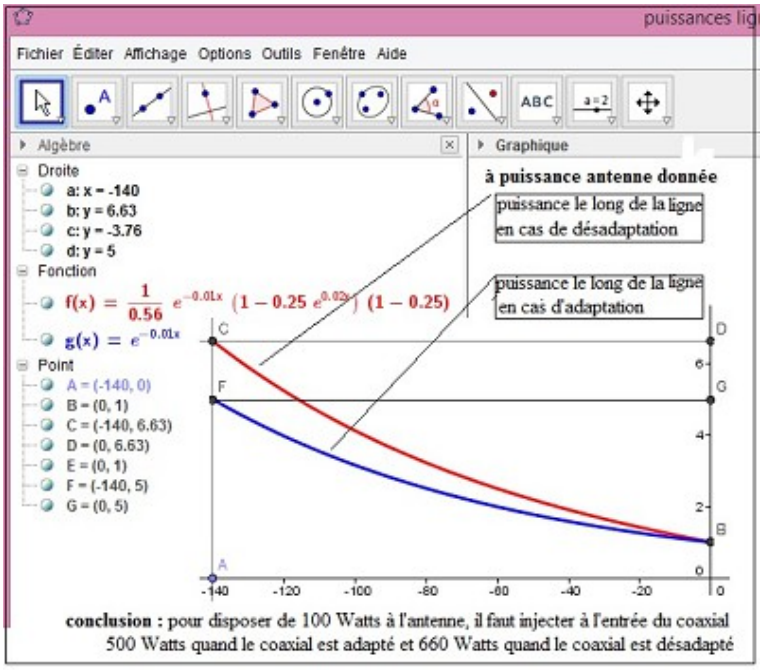
$$\Rightarrow\frac{P(x)}{P(0)}=\frac{e^{2\alpha x}-\rho^2.e^{-2\alpha x}}{1-\rho^2}=e^{2\alpha x}.\frac{1-\rho^2.e^{-4\alpha x}}{1-\rho^2}$$

Les pertes sont donc supérieures dans ce cas au cas précédent.L'application numérique donne

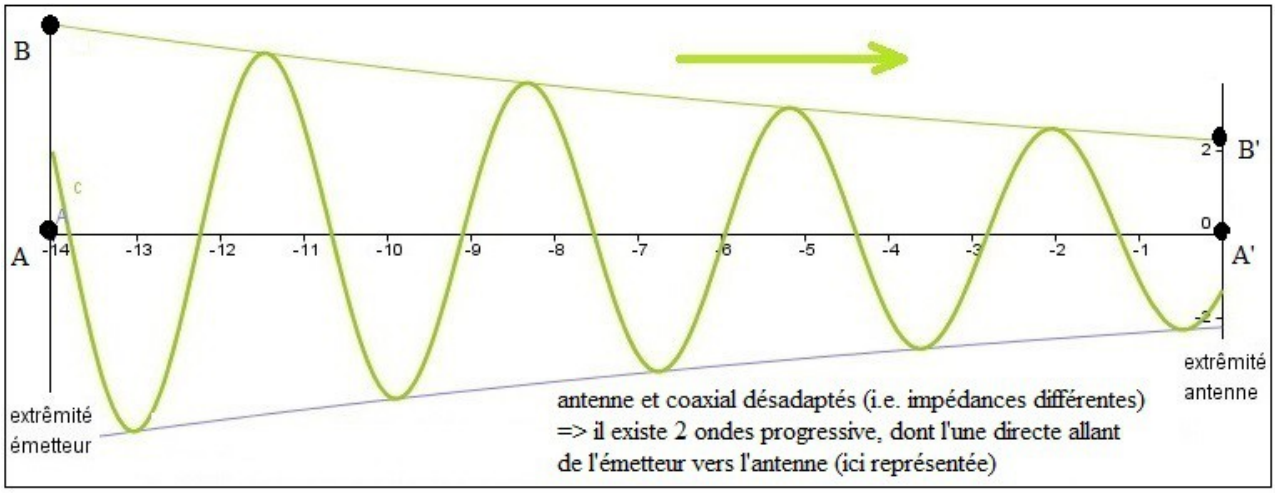
$$\Rightarrow\frac{P(x)}{P(0)}=\frac{e^{2\alpha x}-\rho^2.e^{-2\alpha x}}{1-\rho^2}=e^{2\alpha x}.\frac{1-\rho^2.e^{-4\alpha x}}{1-\rho^2}$$

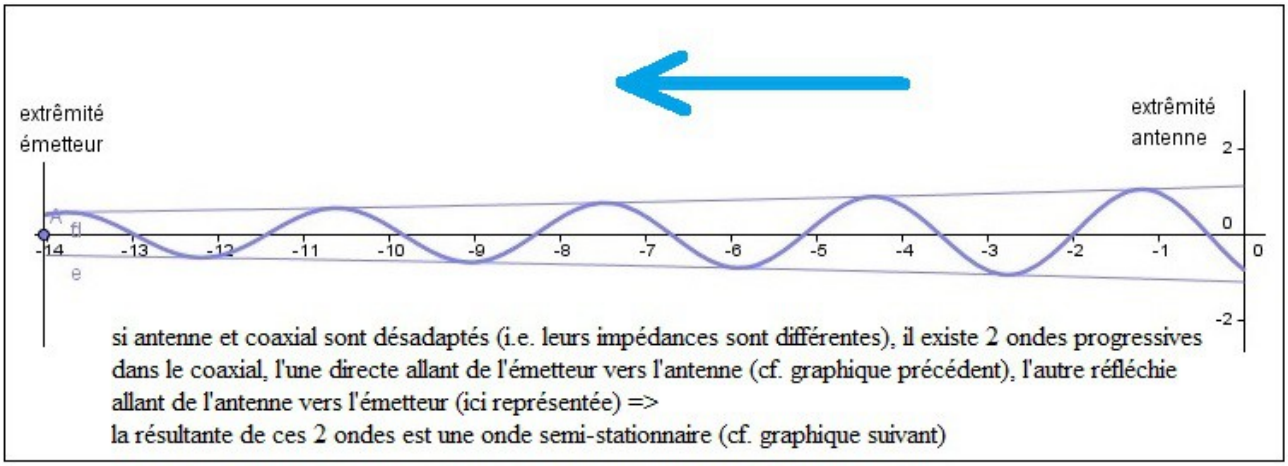
$$\frac{P(x)}{P(0)}=\frac{P(-140)}{P(0)}=e^{2.140.5,75/1000}.\frac{1-0,25.e^{-4.140.5,75/1000}}{1-0,25}=5.\frac{0,99}{0,75}=6,6$$

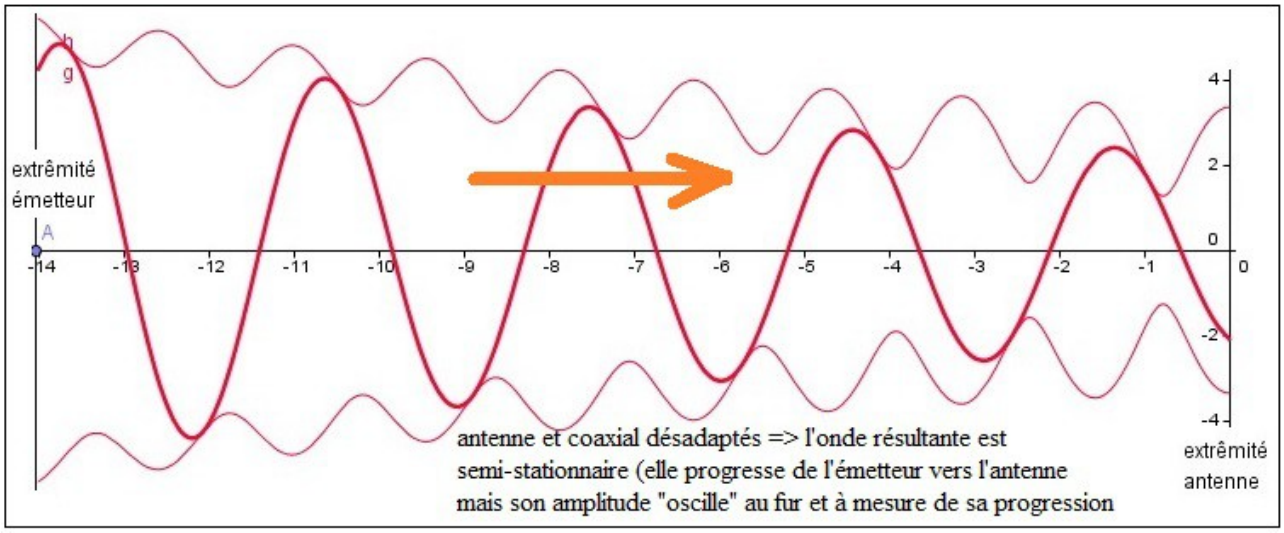
Les pertes sont donc augmentées dans le cas de la désadaptation puisque pour avoir 100 Watts à l'antenne,
il faut avoir en sortie de l'émetteur, à l'autre bout du coaxial :
- dans le cas de l'adaptation 500 Watts
- en cas de désadaptation 660 Watts
ce qui signifie que
la désadaptation fait perdre 1,2dB



En ce qui concerne le cheminement des ondes, l'utilisation de Geogebra permet de visualiser les phénomènes (cf. animations Geogebra n°2, 3, 4)

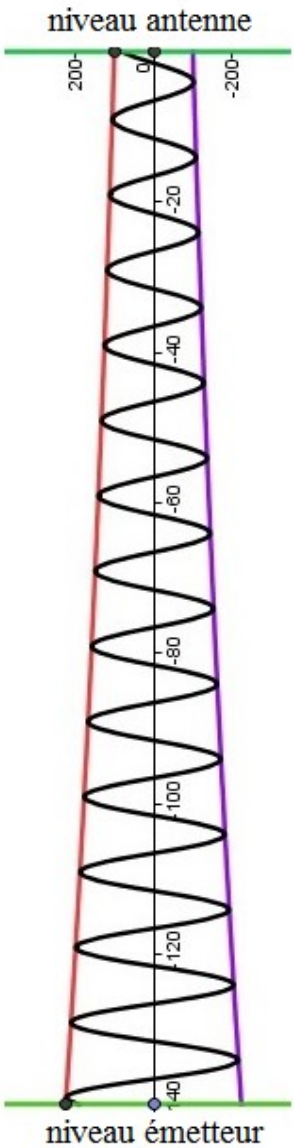
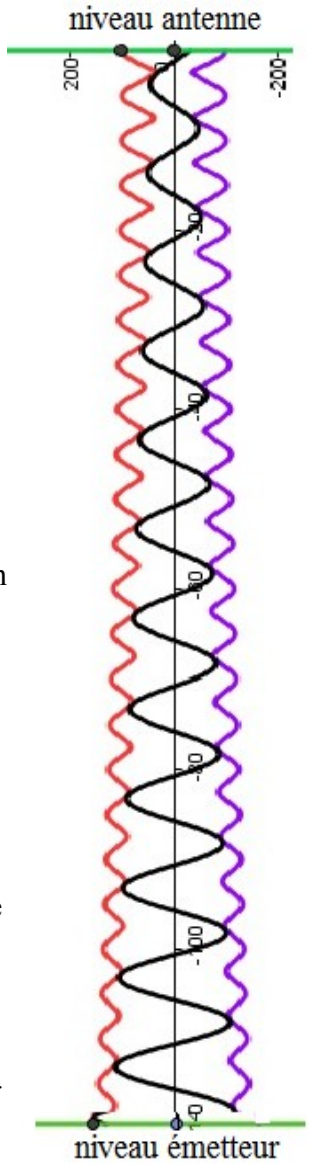






Par ailleurs, il faut rappeler un fait important en mtière énergétique : la propagation des ondes guidées dans le coaxial s'accompagne de fortes pertes par effet Joule, surtout en cas de désadaptation de l'antenne pour cause d'intempéries (pour disposer de 100 W à l'antenne, il faut alors que l'émetteur en délivre 660 contre 500 en « temps normal »).

2 - d – récapitulation « de l'émetteur à l'antenne » :

1er cas :	fonctionnement par météo favorable	2ème cas :	fonctionnement par météo défavorable
- par hypothèse, l'impédance de l'antenne est égale à l'impédance caractéristique du coaxial : ($Z_A = Z_C = 73\Omega$). - l'adaptation des 2 impédances (coaxial, antenne) fait qu'il n'y a aucune réflexion de l'onde électromagnétique au niveau de l'antenne - le coefficient de réflexion, à ce niveau, vaut $\Xi_0=(Z_A-Z_C)/(Z_A+Z_C)=0$ - donc le coaxial est seulement parcouru par une onde directe (montante de l'émetteur vers l'antenne), et il n'y a aucune onde réfléchie (descendante de l'antenne vers l'émetteur) - l'onde progressive unique « montante » est amortie suivant le coefficient $\in$ - les pertes dans le coaxial sont telles que pour qu'il délivre 100W		- par hypothèse, l'impédance de l'antenne est modifiée par la glace, le givre, etc. (elle passe de 73Ω à $3x73 = 219\Omega$). - la désadaptation des 2 impédances (coaxial, antenne) provoque une réflexion partielle de l'onde électromagnétique au niveau de l'antenne - le coefficient de réflexion, à ce niveau, vaut $\Xi_0=(Z_A-Z_C)/(Z_A+Z_C)=0,5$ - donc le coaxial est non seulement parcouru par une onde directe (montante de l'émetteur vers l'antenne), mais également par une onde réfléchie (descendante de l'antenne vers l'émetteur) dont l'amplitude est la moitié de celle de l'onde directe. - de la superposition de ces 2 ondes résulte un phénomène d'onde pour partie progressive et pour partie stationnaire.	
à l'antenne, il faut, dans ce cas, que l'émetteur, à son origine, lui délivre 500 watts (le guide d'onde coaxial consommant la différence, soit 400 Watts, par effet Joule).		- il en résulte une augmentation des pertes dans le coaxial : pour que le coaxial fournisse 100 watts à l'antenne, il faut, dans ce cas, que l'émetteur, à son origine, lui délivre 660W (le coaxial consommant 560W, par effet Joule).	

2bis – expérimentation en laboratoire (mesure des pertes dans un coaxial en ondes métriques)

L'expérimentation pourrait porter sur la propagation en espace libre (entre antenne d'émission et voitures ou avion) ou sur la propagation guidée (dans le coaxial).
En espace libre, l'expérimentation est très réglementée pour des motifs évidents de sécurité et

d'interférences possibles avec les autres usages du spectre hertzien : c'est le domaine des radioamateurs, qui sont autorisés à expérimenter dans des conditions très strictes. Cela sort donc du cadre de la présente étude, vu l'importance des moyens et de l'espace à mettre en œuvre.
En matière de propagation guidée, en revanche, les moyens sont moins importants à mettre en œuvre et, en utilisant de très faibles puissances, donc en supprimant pratiquement les risques d'interférence, on peut expérimenter en laboratoire.
Une autre justification de se concentrer sur le coaxial est que c'est là que se produisent les pertes les plus élevées. Quels objectifs visons-nous :
- vérifier que la propagation d'une onde électromagnétique dans un coaxial s'accompagne de pertes qui croissent fortemement avec la longueur, donc qui deviennent rapidement importantes.
- vérifier que ces pertes croissent également avec la désadaptation de la ligne à l'antenne (cf. dans la réalité, les effets des intempéries sur l'antenne dont l'impédance change avec la pluie verglaçante par exemple).
- quantifier ces pertes dans toute la mesure du possible.
Les matériels principaux utilisés sont les suivants :
- 3 câbles coaxiaux de 20 m chacun, susceptibles d'être mis en série (20, 40, 60 m)
- un contrôleur permettant les mesures BF, en particulier celles de résistance en cournt continu
- un générateur de signal sinusoïdal allant de 1,8 à 170 MHz
- un analyseur d'ondes stationnaires (dans le même boîtier que le générateur)
- 3 « antennes » représentées par 3 résistances de 51, 151 et 329／ (valeurs mesurées à l'Ohmmètre)
- un oscilloscope permettant de visualiser un signal 100 MHz et de faire des mesures HF
Deux séries de mesure sont effectuées :
- des mesures en VHF, c'est-à-dire à 100 MHz, donc proches des conditions réelles
- des mesures en HF (10 MHz), pour accéder aux mesures de tension impossibles à faire avec précision en VHF avec les moyens dont nous disposons. Matériels et utilisation en photos ci-après :

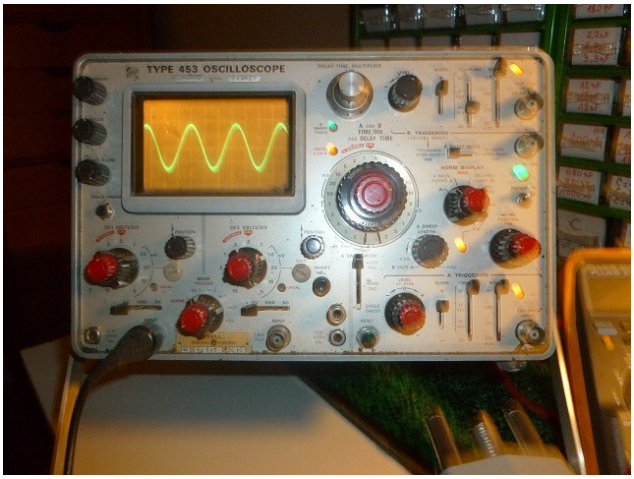
On dispose de 3 câbles coaxiaux d'impédance caractéristique 50 Ohms, qu'on pourra mettre en série par 2 ou par 3 pour analyser différentes situations.
Le choix de 50 Ohms plutôt que 73 Ohms comme dans la réalité est dicté par le fait que le générateur, analyseur d'ondes stationnaires a une impédance de sortie de 50 Ohms.
Mais cela ne change rien aux résultats, mutatis mutandis : il suffira de terminer ce coaxial par une antenne d'impédance 50 Ohms pour être en situation d'adaptation.

Sur l'établi d'expérimentation, on voit les différents matériels utilisés :
- au premier plan, le guide d'ondes coaxial en configuration la plus longue (60 m)
- derrière lui, le générateur analyseur d'ondes stationnaires (et le fer à souder...)
- à la gauche de ce dernier, le contrôleur pour les mesures BF (en particulier les résistances)
- tout à gauche, l'oscilloscope
- entre l'oscilloscope et le coaxial, une « antenne » maintenue dans un étau (cf. vue plus précise ci-après).

Au premier plan, on voit une « antenne », résistance fixée une adaptateur BNC, lui-même tenu dans un étau équipé de « mord-doux » en matériau isolant, la sonde de l'oscilloscope mesurant la tension HF aux bornes de l'antenne. Le fait que l'antenne soit tenue solidement et éloignée de tout objet conducteur est important car on est en VHF et les interactions avec les objets conducteurs voisins risque de fausser les mesures.

Le générateur VHF est en fait un instrument qui permet d'analyser les impédances complexes, et par suite les taux d'ondes stationnaires dans les câbles reliant un émetteur et une antenne, à condition que ce câble ait 50 Ohms d'impédance caractéristique.
L'affichage digital montre qu'il travaille ici à une fréquence de 100,06 MHz et que l'impédance qu'il mesure a une composante résistive de 54 Ohms et une composante réactive de 16 Ohms, ce qui conduit à un rapport d'ondes stationnaires (en anglais « standing wave ratio ») de 1,3.

Signal 100 MHz visualisé à l'oscilloscope



Signal 10 MHz visualisé à l'oscilloscope

- <u>schéma testé en laboratoire</u> :
Il est représenté par la figure ci-dessous ; dans la suite, on appellera « entrée du coaxial » son extrémité raccordée au générateur et « sortie du coaxial » son extrémité reliée à «l'antenne ».

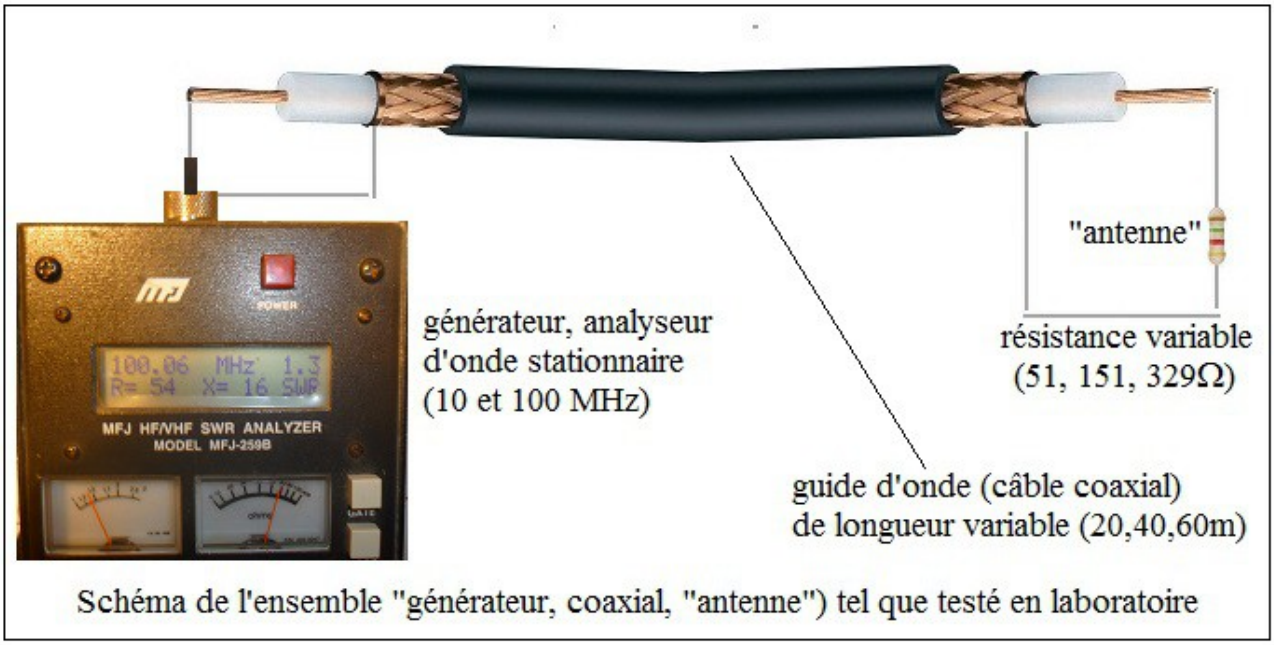


Schéma de l'ensemble "générateur, coaxial, "antenne") tel que testé en laboratoire

Les résultats des mesures sont les suivants :

Le ROS (rapport d'onde stationnaire), en anglais SWR (standing wave ratio) est plus pratique d'utilisation quand on est en HF ou VHF et qu'on ne s'intéresse qu'aux questions énergétiques, car il permet de s'affranchir des impédances complexes et des phases. On retrouve alors :

- l'impédance réelle équivalente (du point de vue énergétique) en un point d'une ligne en multipliant l'impédance caractéristique de cette ligne par le ROS

			rapport onde	stationnaire	U crête-crête	mesurée (V)
F(MHz)	coax.(en m)	R(en Ω)	ROS entrée	ROS sortie	U entrée	U sortie
		51	1,0	1,0	0,160	0,160
	0	151	3,1	3,1	0,240	0,240
		329	7,0	7,0	0,285	0,285
		51	1,0	1,0	0,170	0,140
	20	151	2,4	3,1	0,230	0,220
10		329	7,0	7,0	0,260	0,250
		51	1,0	1,0	0,160	0,130
	40	151	2,0	3,1	0,210	0,200
		329	3,0	7,0	0,230	0,220
		51	1,0	1,0	0,170	0,120
	60	151	1,8	3,1	0,200	0,185
		329	2,4	7,0	0,215	0,210
		51	1,0	1,0	imprécis	imprécis
	0	151	1,0	3,1	imprécis	imprécis
100		329	1,0	7,0	imprécis	imprécis
		51	1,0	1,0	imprécis	imprécis
	20	151	1,8	3,1	imprécis	imprécis
		329	2,3	7,0	imprécis	imprécis
		51	1,0	1,0	imprécis	imprécis
	40	151	1,2	3,1	imprécis	imprécis
		329	1,4	7,0	imprécis	imprécis
		51	1,0	1,0	imprécis	imprécis
	60	151	1,0	3,1	imprécis	imprécis
		329	1,0	7,0	imprécis	imprécis

- le coefficient de réflexion en un point d'une ligne par la relation(coef.)= Ξ=(SWR-1)/(SWR+1)

Il est alors possible de compléter, par le calcul, le tableau précédent pour trouver les puissance à l'entrée de la ligne (donc délivrée par le générateur) et à sa sortie (donc consommée par l'antenne) au moins dans le cas du 10 MHz, puisqu'on y a des mesures :

D'où l'on peut déduire l'efficacité de la ligne dans chaque cas (puissance sortie/puissance entrée), qu'on peut exprimer en logarithmes décimaux pour obtenir des dB :

F(MHz)	coax.(en m)	R(en Ω)	Imp entrée	Imp sortie	Pentrée (nW)	Psortie (nW)	Ps/Pe	dB	pertes en dB
		51	50	50	1280	1280	1	0	0
	0	151	155	155	929	929	1	0	0
		329	350	350	580	580	1	0	0
		51	50	50	1445	980	0,678200692	1,686417714	1,7
	20	151	120	155	1102	780	0,707803993	1,500869918	1,5
10		329	350	350	482	446	0,925311203	0,337121795	0,3
		51	50	50	1280	845	0,66015625	1,803532607	1,8
	40	151	100	155	1102	645	0,585299456	2,326218799	2,3
		329	150	350	881	345	0,391600454	4,071568133	4,1
		51	50	50	1445	720	0,498269896	3,025353507	3,0
	60	151	90	155	1111	552	0,496849685	3,037749812	3,0
		329	120	350	963	315	0,327102804	4,853157333	4,9
	60	151	1,6	3,1	0,200	0,185	90	155	1111	552
		329	2,4	7,0	0,215	0,210	120	350	963	315

Que constate-t-on ? :

- à valeur d'impédance d'antenne donnée, les pertes croissent avec la longueur du coaxial (de 20m à 60m, on passe de 1,7 à 3dB pour 51⁄ , de 1,5 à 3dB pour 151⁄ , de 0,3 à 4,9dB pour 329⁄) ; les valeurs numériques trouvées ne sont toutefois pas conformes aux formules théoriques : c'est vraisemblablement dû aux imprécisions des appareils de mesure, notamment de l'oscilloscope.
- les puissances de sortie disponibles à l'antenne sont d'autant plus faibles que le rapport d'onde stationnaire est élevé (à 60m par exemple : 720nW à l'adaptation, 552nW avec un ROS de3, 315nW avec un ROS de 7) : la désadaptation de la ligne à l'antenne est très coûteuse en puissance disponible.

Ce qui précède concerne le 10 MHz. Que peut-on dire en ce qui concerne le 100 MHz, pour lequel on n'a pas pu faire de mesures :

- les phénomènes vont dans le même sens, en étant encore accentués puisqu'on admet que les coefficients linéiques de pertes croissent avec la fréquence à une puissance comprise entre 0,5 et 1.
- en outre :

On constate que le rapport d'onde stationnaire au niveau de l'entrée du coaxial, c'est-à-dire de la sortie du générateur (émetteur) devient rapidement très proche de 1 quand le coaxial devient plus long . Exemple : avec une ligne de 60 m, il est de 1,0 quelle que soit l'impédance de l'antenne ; cela signifie que le générateur « voit » une impédance égale à celle de la ligne, comme si elle était adaptée, alors que l'antenne peut avoir une impédance quelconque et donc être très faiblement alimentée : toute l'énergie fournie au coaxial est donc dissipée en pertes ohmiques.

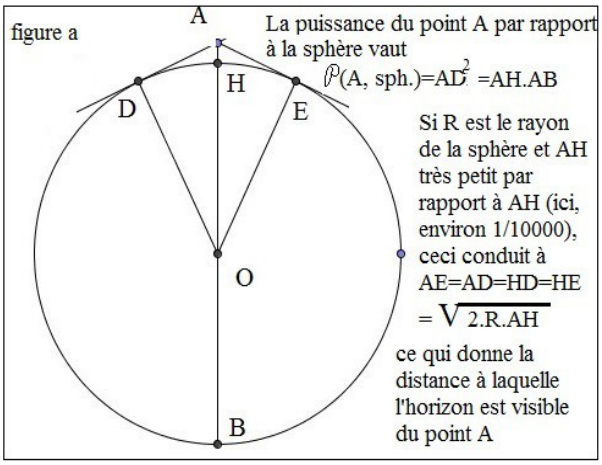
			rapport onde	stationnaire
F(MHz)	coax.(en m)	R(en Ω)	ROS entrée	ROS sortie
		51	1,0	1,0
	0	151	1,0	3,1
100		329	1,0	7,0
		51	1,0	1,0
	20	151	1,8	3,1
		329	2,3	7,0
		51	1,0	1,0
	40	151	1,2	3,1
		329	1,4	7,0
		51	1,0	1,0
	60	151	1,0	3,1
		329	1,0	7,0

C'est là un autre argument en faveur de l'adaptation le l'antenne avec la ligne pour éviter que la plus grande partie de l'énergie ne parte en chaleur dans le coaxial.

3 – propagation des ondes dans l'atmosphère (de l'antenne d'émission vers les récepteurs)

a - quelques rappels de géométrie et de trigonométrie sur la sphère :

- distance entre un point au-dessus du sol et l'horizon



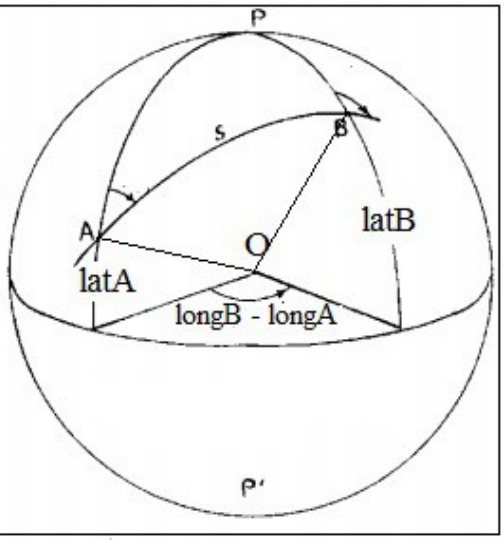
A noter que le rayon de la Terre à prendre en compte n'est pas le rayon géographique (6366 km) mais un rayon fictif plus grand (R=8500 km) pour tenir compte de la réfraction des ondes par l'atmosphère (cf. bibliographie a et b)[11]
Le point A est le sommet de la tour hertzienne, le point H est à l'altitude moyenne de la région.
Donc AH = 165 m .
D'où AE=AD=HD=HE = 53 km
La zone de couverture maximale au sol est donc le cercle centré sur la tour de Villeneuve d'Ascq et de rayon 53 km.

- distance entre deux points au sol

figure b

Soient deux points A et B sur la sphère, de latitudes latA et latB et de longitudes longA et longB.
La distance angulaire S entre A et B est donnée par la relation (dans laquelle d= longA- longB):
$\cos \Delta = \sin latA . \sin latB + \cos latA . \cos latB . \cos d$
La distance S en km , s'obtient en multipliant S par le rayon moyen de la Terre : 6366 km = 40000/(2π).

Bien sûr, Δ est en radians. La relation ci-dessus se démontre très simplement en faisant le produit scalaire des deux vecteurs OA et OB (cf. figure).

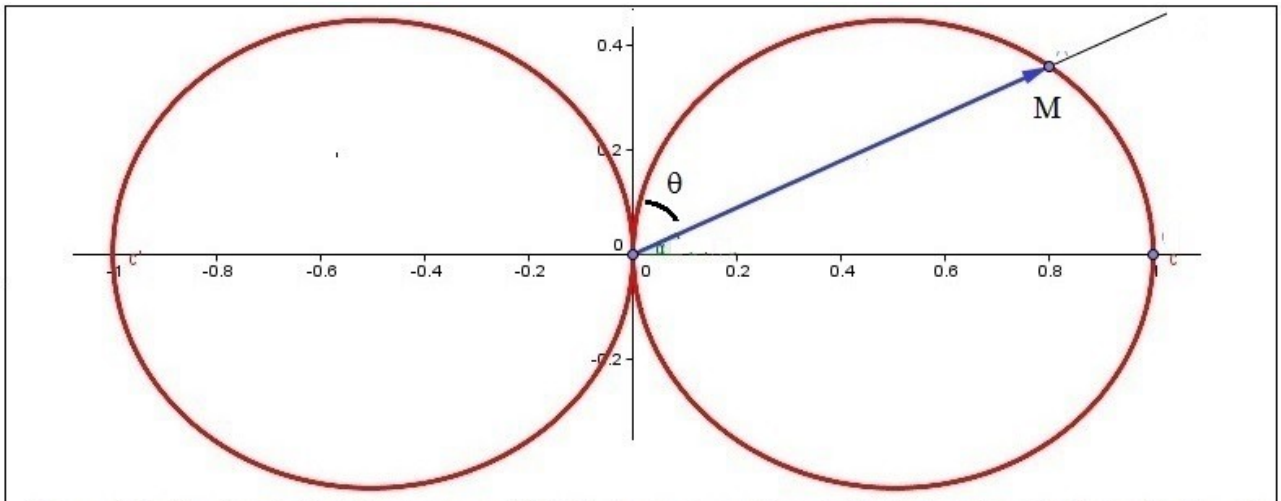


11 a - Livre de Paul Combes « transmission en espace libre et sur les lignes », p. 44 Dunod, Université
b – Livre de L. Boithias « propagation des ondes radioélectriques dans l'environnement terrestre », p.40, CNET, Dunod

b – <u>détermination de la puissance maximale à l'antenne pour respecter la limite de 3 mV/m du champ électrique en limite de la zone géographique couverte au sol par l'émission</u>

Au § précédent, on a vu que cette zone correspond à un cercle de 53 km de rayon autour de la tour de Villeneuve d'Ascq, ce qui conduit à la zone ci-dessous :

On rappelle quel est le diagramme de rayonnement d'un dipôle demi-onde vertical en espace libre :



Le module du champ électrique rayonné à la distance r sous l'angle θ est donné par la formule suivante

$$E = \frac{I_0}{2\pi\varepsilon_0 cr} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right)}{\sin(\theta)} = \frac{I_0 \cdot \mu_0 \cdot c}{2\pi r} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right)}{\sin(\theta)}$$

I_0 = intensité au centre du dipôle
θ = angle de l'axe du dipôle avec OM
r = distance du point M considéré au centre O du dipôle

D'autre part, la relation entre intensité I_0 au centre du dipôle et puissance P rayonnée par le dipôle est donnée par

$$P = Z_A . I_0^2$$

avec Z_A = impédance du dipôle $\Rightarrow$

$$P = Z_A . I_0^2 = Z_A . \left(\frac{2\pi . r . E . \sin(\theta)}{\mu_0 . c . \cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right)} \right)^2$$

Or, en limite de zone de couverture, on
r = 53 km = 53000 m
et on est pratiquement en incidence rasante (N = 90°)
donc la formule donne
$P = 73 .[2M53.10^3 . 3.10^{-3}/(4M10^{27}.3.10^8)]^2$=513 watts

Il suffit donc que la puissance rayonnée par l'antenne soit inférieure ou égale à 513 watts pour que la condition de champ limité à 3 mV/V en limite de zone de couverture soit remplie.

c – <u>sécurité aérienne, vérification du respect de la limite imposée au champ électrique à une altitude de 1000m au-dessus de la zone de couverture</u>

On suppose donc que l'antenne rayonne une puissance P_0 = 513 W
De la relation entre champ à la distance r et puissance à l'antenne, on déduit que :

$$E = \sqrt{\frac{P}{Z_A}} . \frac{\mu_0 . c . \cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right)}{2\pi . r . \sin(\theta)}$$

or, $r = \dfrac{altitude}{\cos(\theta)} \Rightarrow$

$$E = \sqrt{\frac{P}{Z_A}} . \frac{\mu_0 . c . \cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right)}{2\pi . tg(\theta) . altitude}$$

Avec les valeurs numériques cela donne

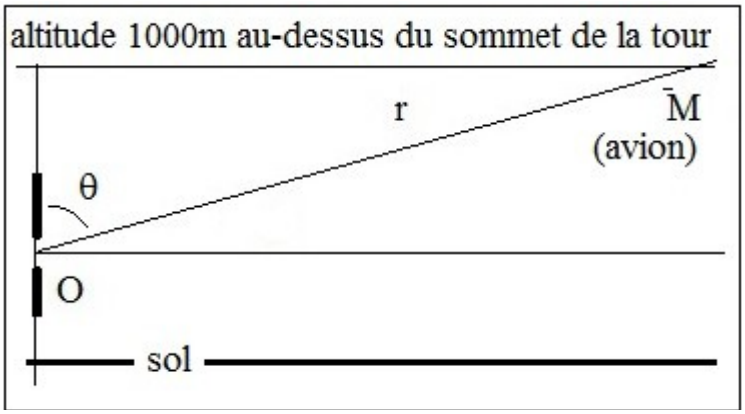
$$E = \sqrt{\frac{513}{73}} . \frac{4\pi . 10^{-7} . 3.10^8 . \cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right)}{2000\pi . tg(\theta)}$$

$$E = 0{,}159 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right)}{tg(\theta)}$$

Pour tenir compte de la réflexion sur le sol, nous allons multiplier par 2 cette valeur (composition du rayon directe te du du rayon réfléchi par le sol.

θ	E
45	0,141196297
46	0,141705698
47	0,142042078
48	0,142202841
49	0,142185606
50	0,141988221
51	0,141608778

Nous allons donc, avec un tableur Excel, rechercher le maximum de E quand N varie de 0 à 90° : on trouve que le maximum est atteint pour N = 48° t vaut Emax = 0,142V/m valeur inférieure au maximum imposé de 200mV/m.
Les 513W antenne respectent donc bien la condition de sécurité aérienne



d – récapitulation « de l'antenne d'émission vers les récepteurs »

La zone de couverture est déterminée par le cône tangent à la Terre de sommet le haut de la tour puisqu'il s'agit d'ondes métriques et qu'elles se propagent en visibilité ;leur réfraction par l'air est prise en compte en attribuant à la Terre un rayon de 8500 km au lieu de 6366 km. Ici, cela donne un rayon de 53 km autour de Villeneuve d'Ascq. Il respecte donc la limite imposée de 60 km.

Le champ maximum de 3 mV/m à 53 km conduit à une puissance rayonnée par l'antenne de 513W. A 1 km au dessus de la zne de couverture, un avion ou un hélicoptère sera, au maximum exposé à un champ électrique de 142 mV/m, valeur qui respecte l'exposition maximale tolérée de 200 mV/m. A noter que ce calcul a été fait en supposant que le sol se comportait comme un miroir réfléchissant sans absorption (comme le serait la mer), ce qui va dans le sens de la sécurité.

Conclusion générale : bilan global, recommandations du consultant à *Radio Culture Nord*

Le matériel proposé à Radio Culture Nord remplit dont parfaitement les conditions exigées :
- la zone de couverture est de 53 km autour de la tour de Villeneuve d'Ascq avec un champ électrique de 3 mV en limite de zone et une exposition des aéronefs de 142 mV/m, valeurs toutes deux dans les limites permises.
- pour cela, la puissance rayonnée par l'antenne doit être de 513 Watts (arrondis à 500 Watts) ce qui, compte tenu des pertes dans le coaxial, conduit à un émetteur délivrant entre 5x500 = 2500 Watts (par météo favorable) à 6,6x500 = 3300 Watts , ce que peut délivrer l'émetteur puisqu'il est réputé ajustable entre 2,5 et 3,5 kW
- les déperditions thermiques du coaxial dans le tour sont au maximum de 3300 – 500 = 2800 W, donc dans la limite des 3 kW prescrits.

Cette installation présente toutefois un aspect qui n'est pas satisfaisant : c'est son très faible rendement : de 2,5 à 3,3 kW produits en bas de la tour par l'émetteur et seulement 0,5 kW utile rayonné. Deux pistes de réflexion pour réduire un tel gaspillage :
- soit trouver un câble coaxial à coefficient de pertes plus faible ; cela existe mais est très onéreux.
- négocier avec l'exploitant de la tour le droit d'installer l'émetteur plus près de l'antenne pour réduire les pertes, par exemple, et cela de deux façons :
    - soit disposer d'un émetteur de très faible puissance en bas de la tour et d'un amplificateur le plus haut possible dans la tour (il y aura encore un coaxial entre l'émetteur de faible puissance et l'amplificateur, mais les pertes porteront sur des puissances moins élevées
    - soit installer plus haut dans la tour un récepteur couplé à l'émetteur, le récepteur recevant le signal par faisceau hertzien des studios de la station RCN (c'est vraisemblablement la solution adoptée par les stations déjà en place dans la tour.