

## Tarte aux pommes, loi d'Ohm et transformation de Fourier

par Jean-Pierre Bourdier, F6FQX



Dans tous les radio-clubs, la formation technique à la licence est souvent rendue difficile par la répulsion qu'inspirent les formules mathématiques à certains élèves. Ce petit article a pour objet de dédramatiser le sujet, et de montrer que les formules, qu'elles soient simples comme celle de la loi d'Ohm, ou très ardue comme celle de la transformation de Fourier, ne sont rien d'autre que des recettes de cuisine écrites dans une langue particulière, celle des mathématiciens et des physiciens. Intéressons nous à trois exemples de recettes, ou de formules tirées de la vie courante d'un OM

ou d'une YL gourmands (au moins en ce qui concerne les deux premières) : celle de la tarte aux pommes, celle de la loi d'Ohm, celle de la transformation de Fourier

### La tarte aux pommes :

Une recette simple de tarte aux pommes est la suivante (l'auteur invite les gourmands à se reporter en annexe pour y trouver une autre recette, celle de la photo ci-dessus, bien meilleure, mais moins simple)

- préparez 6 pommes (épluchage, débitage en tranches fines)
- étalez les sur un fond de tarte dans son moule et saupoudrez de sucre
- cuisez 30 minutes à four chaud (thermostat 7)

Que décrit cette recette ? En quantités précises :

- des objets (pommes, fond de tarte, sucre)
- des actions (préparez, étalez, nappez, cuisez) qu'on impose à ces objets

L'OM et l'YL soigneux savent que s'ils respectent les objets, les quantités précises et les actions de la recette, ils se régaleront, mais que s'ils ne le font pas, ils risquent fort d'être privés de dessert.

Cette recette peut très bien se remplacer par une formule mathématique, comme la suivante :

$$T(p) = P(p) + E(f_t ; p) + N(g_f) + C(t ; r_f)$$

formule dans laquelle on trouve :

- des objets (en maths, on dirait des variables) :

- $p = 6$  pommes
- $f_t = 1$  fond de tarte
- $g_f = 2$  cuillerées de sucre
- $t = 30$  minutes
- $r_f =$  réglage du four à thermostat 7

- des actions (en maths, on dirait des fonctions) :

- $T =$  action consistant à faire une tarte
- $P =$  action consistant à préparer
- $E =$  action consistant à étaler
- $N =$  action consistant à napper
- $C =$  action consistant à cuire

Par rapport à la recette, la formule présente un avantage et un inconvénient :

- avantage : elle est beaucoup plus concise
- inconvénient : il faut connaître le sens des symboles employés (de même qu'il faut savoir lire les symboles utilisés par la langue française pour lire la recette).

Passons maintenant à la loi d'Ohm, et nous allons voir que cela ressemble beaucoup à la tarte aux pommes.

### Loi d'Ohm :

Si les manuels de radio étaient écrits comme des livres de cuisine, on lirait la recette suivante :

- prenez une résistance de 13 Ohms
- branchez la aux bornes d'un générateur à tension réglable
- réglez le courant débité sur 3 Ampères
- branchez un voltmètre aux bornes de la résistance
- lisez ce qu'indique le voltmètre (39 Volts).

Que décrit cette recette ? En quantités précises :

- des objets (générateur, résistance, voltmètre)
- des actions (prenez, branchez, réglez, lisez) qu'on impose à ces objets

L'OM et l'YL soigneux savent que s'ils respectent les objets, les quantités précises et les actions de la recette, ils trouveront une tension exacte, mais que s'ils ne le font pas, ils n'obtiendront pas le résultat cherché.

Cette recette est habituellement exprimée par une formule mathématique, par exemple :

$$U = r \times i$$

formule dans laquelle on trouve :

- des objets (en maths, on dirait des variables) :
  - r = résistance de 13 Ohms
  - i = courant d'intensité égale à 3 Ampères
- des actions (en maths, on dirait des fonctions) :
  - $U = U(r,I)$  = action consistant à calculer une tension à partir d'une résistance et d'une intensité
  - la fonction x qui signifie qu'on doit multiplier deux nombres entre eux

Pourquoi, si recette et formule sont équivalentes, ne rédige-t-on pas les traités de radioélectricité comme des livres de cuisine ?

La réponse à cette question est loin d'être évidente quand on en juge par les premiers ouvrages de vulgarisation de la radio des années 1920, dans lesquels les recettes abondaient (on n'y parlait certes pas de tarte aux pommes, mais de comment fabriquer soi-même ses composants, à commencer par les lampes).

Il semble toutefois que la formule

$$U = R \times i$$

soit d'une portée plus universelle que la recette correspondante (elle s'applique quel que soit le nombre d'Ohms et d'Ampère (des milliers comme des millièmes), alors que la tarte aux pommes se fait rarement avec des milliers ou des millièmes de fruits...

Pour terminer, nous allons nous intéresser à une formule beaucoup plus compliquée que celle de la loi d'Ohm, rien que pour montrer que, même dans ce cas, la formule reste ni plus ni moins qu'une recette.

### La transformation de Fourier

Joseph Fourier était un savant du début du XIXème siècle, donc d'une époque où même les lois de l'électricité étaient inconnues ; en étudiant la propagation de la chaleur dans des barres métalliques, il découvrit, entre autres, une loi qui, appliquée à la radio, dit :

***Tout signal peut être décomposé en une somme de signaux élémentaires, dont chacun a sa propre fréquence.***

Pour les musiciens et les OM, cela correspond au phénomène bien connu des ondes (audio ou radio) qu'on analyse en fondamentale et harmoniques. Mais l'intérêt de la transformation de Fourier va bien au-delà puisqu'elle permet :

- d'une part, de décrire toutes les fréquences présentes dans n'importe quel signal, qu'il soit périodique ou non ( on dit que la transformation de Fourier "analyse le spectre" du signal)
- d'autre part, de reconstituer le signal à partir d'un spectre donné.

Si l'on sait faire du traitement digital des signaux aujourd'hui, c'est en particulier grâce à l'outil, découvert il y a deux siècles, que constitue la transformation de Fourier.

Comme la tarte aux pommes, comme la loi d'Ohm, la transformation de Fourier peut se décrire soit comme une recette de cuisine, soit comme une formule mathématique. Nous ne nous pencherons pas dans cet article sur la formulation mathématique car elle fait appel à des concepts dont l'OM n'a absolument pas besoin de s'encombrer l'esprit, tels qu'intégrales et nombres complexes (ceux que cela intéresse peuvent néanmoins se reporter à d'autres articles de l'auteur sur le sujet, cf. bibliographie).

La variante culinaire de la transformation de Fourier est en revanche intéressante car elle permet de "visualiser" de quoi il retourne. En voici un exemple :

### **Recette culinaire d'un signal carré de 1 MHz de fréquence**

- prenez une onde pure de fréquence 1 MHz et d'amplitude 1 Volt
- prenez une onde pure de fréquence 3 MHz et d'amplitude 1/3 Volt
- prenez une onde pure de fréquence 5 MHz et d'amplitude 1/5 Volt
- prenez une onde pure de fréquence 7 MHz et d'amplitude 1/7 Volt
- prenez une onde pure de fréquence 9 MHz et d'amplitude 1/9 Volt
- prenez une onde pure de fréquence 11 MHz et d'amplitude 1/11 Volt
- prenez une onde pure de fréquence 13 MHz et d'amplitude 1/13 Volt
- prenez une onde pure de fréquence 15 MHz et d'amplitude 1/15 Volt
- etc.
- passez toutes ces ondes au mixer, afin de les additionner, et vous obtenez un magnifique signal carré de 1 MHz de fréquence (cf. bibliographie 1).

### **En guise de conclusion**

Celles et ceux qui préparent la licence de radio-amateur ne doivent pas prendre peur dès qu'il est question de formules mathématiques, puisqu'il ne s'agit au fond que de recettes de cuisine.

A contrario, ils ne doivent pas non plus se culpabiliser si certaines de ces formules leur semblent innaccessibles.

Qu'ils se consolent en se disant qu'il est tout à fait possible de cuisiner d'excellentes recettes sans oser, pour autant, penser se comparer à Ducasse, Loiseau ou Rebuchon...

### **Bibliographie**

(articles du même auteur disponibles à l'adresse <http://f6fqx.chez-alice.fr/> :

- 1 – article "les harmoniques pairs ont disparu" ( Radio-REF, juin 1991)
- 2 – article "«Jean-Baptiste Joseph Fourier, ses séries, ses transformées »
- 3 – article "« Série et transformée de Fourier (presque) sans mathématiques ».

### **Annexe : recette de la tarte aux pommes « Philéas Fogg »**

Recette (correspondant à la photo du début de l'article) personnelle de l'auteur disponible avec 250 autres sur son site dédié à la cuisine et aux mathématiques

<http://frederic.bourdier.pagesperso-orange.fr/>

**Ingrédients** : pour 8 personnes

- 10 grosses pommes plutôt tendres
- 4 cuillers de gelée d'arbouses
- 4 cuillers de sucre en poudre
- un verre d'eau
- une pâte à tarte brisée type Marie pour moule de 32 cm environ

**Préparation** :

- mettre le four à préchauffer à 220C
- dérouler la pâte à tarte et la mettre sur la plaque du four en lui conservant son papier en dessous
- piquer la pâte à la fourchette pour éviter qu'elle ne gonfle
- faire fondre la confiture dans l'eau en chauffant à feu doux pour obtenir un sirop, puis réserver

- éplucher et vider les pommes
- les couper en 2 dans le sens vertical et les mettre dans l'eau froide afin qu'elles ne s'oxydent pas
- quand toutes les demi-pommes sont prêtes, les trancher en lamelles de 5 mm d'épaisseur environ tout en ne les désassemblant pas, puis poser les demi-pommes reconstituées de manière jointives sur la pâte
- combles les interstices avec des lamelles de pommes
- arroser du sirop et compléter en saupoudrant du sucre les endroits où le sirop n'est pas allé
- enfourner à four chaud et cuire 35 à 40 mn